

Lösung diophantischer Gleichungen

1) $(x; y) = (0; 4)$ (Z.B., es sind auch alle anderen möglich)

Weitere Lösungen sind z.B. $(x; y) = (1; 2); (-1; 6); (-2; 8); (3; -2); (2; 0)$

Allgemeine Lösung:

Löse die Gleichung $2 \cdot x + 1 \cdot y = 4$ nach y auf und setze $x = z$:

Alle Lösungen lauten $(x; y) = (z; 4 - 2z)$

2) Bestimme die Lösungen der folgenden Gleichungen:

a) $4 \cdot x + y = 8$ $(x; y) = (z; 8 - 4z); z \in \mathbb{Z}$

b) $8 \cdot x + 4 \cdot y = 4$ $(x; y) = (z; 1 - 2z); z \in \mathbb{Z}$

c) $3 \cdot x + 12 \cdot y = 6$ $(x; y) = (-2 + 4z; z); z \in \mathbb{Z}$

d) $3 \cdot x + y = 2$ $(x; y) = (2 - 3z; z); z \in \mathbb{Z}$

e) $3 \cdot x + 2 \cdot y = 4$ $(x; y) = (2 - 3z; z); z \in \mathbb{Z}$

3) $5 \cdot x + 10 \cdot y = 4$: *es existieren keine Lösungen*

Es gilt:

eine diophantische Gleichung $a \cdot x + b \cdot y = c$ hat genau dann Lösungen, wenn gilt: $\text{ggT}(a; b) \mid c$.

4) Untersuche die gegebenen diophantischen Gleichungen, ob sie Lösungen besitzen:

a) $12 \cdot x + 2 \cdot y = 8$ Ja / Nein, denn: $\text{ggT}(2; 12) = 2$; $2 \mid 8$

b) $3 \cdot x + 17 \cdot y = 21$ Ja / Nein, denn: $\text{ggT}(3; 17) = 1$; $1 \mid 21$

c) $4 \cdot x + 20 \cdot y = 2$ Ja / Nein, denn: $\text{ggT}(4; 20) = 4$; $4 \nmid 2$