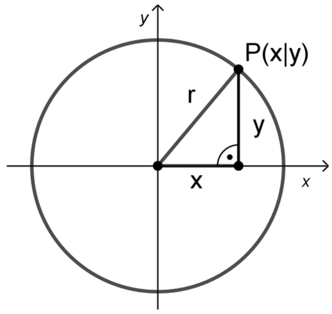
Parameterdarstellung von Kurven

1. ***Kreise***

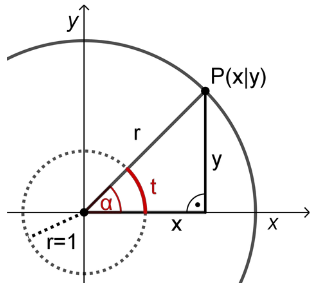
Der abgebildete Kreis ist der geometrische Ort aller Punkte P(x|y), die vom Ursprung O(0|0) den konstanten Abstand r besitzen.



a) Gib für die Gleichung für diesen Kreis an: __________________.

b) Ein Kreis kann nicht Schaubild einer Funktion sein! Begründe dies.

Beim Umgang mit Kurven ist die sogenannte Parameterdarstellung sehr hilfreich. Bei ihr verwendet man zwei Funktionen f(t) und g(t) (häufig auch x(t) und y(t)), die festlegen, wie die x- bzw. y-Koordinate eines Kurvenpunktes P von einer gemeinsamen Variable (dem Kurvenparameter) abhängen. Oft wählt man t (engl. <u>t</u>ime, lat. <u>t</u>empus) als Parameter, um z.B. bei Ortskurven den Ort P(x(t)|y(t)) in Abhängigkeit der Zeit zu beschreiben.
Beim Kreis kann man als Parameter auch den Winkel α zwischen der positiven x-Achse und dem Radius $\overline{OP}$ wählen.



c) Betrachte rechts das rechtwinklige Dreieck und drücke x und y in Abhängigkeit von α und r aus. Notiere die Abhängigkeiten auch mit dem Parameter t als Variable:

d) Ergänze den Merksatz:

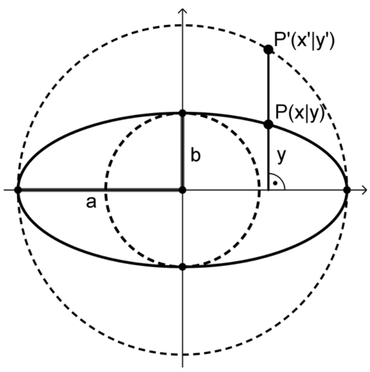
<u>Merke</u>: Parameterdarstellung eines Kreises mit Mittelpunkt O(0,0) und Radius r

Für jeden Kreispunkt P(x|y) gilt: x= $\wedge$ y= für ≤ t ≤ ,

bzw. im Gradmaß x= $\wedge$ y= für ≤α≤ .

2. ***Ellipsen***

Im Bild ist eine Ellipse mit den Halbachsen a und b zusammen mit ihrem Um- und Inkreis zu sehen.



a) Gib für 0 ≤ t ≤ 2π die Parameterdarstellung des Umkreises an:

x‘ = y‘ =

b) Du kennst die Ellipse bereits als "gestauchten Kreis". Staucht man den Umkreis an der x-Achse zur Ellipse, so gilt x=x‘. Gib auch den Zusammenhang zwischen y und y‘ an.

c) Was muss demnach für die Parameterdarstellung der Ellipse gelten? Ergänze den Merksatz.

<u>Merke</u>: Parameterdarstellung einer Ellipse mit Mittelpunkt O(0,0) und den Halbachsen a,b

Für jeden Ellipsenpunkt P(x|y) gilt: x= $\wedge$ y= für ≤ t ≤ ,

bzw. im Gradmaß x= $\wedge$ y= für ≤α≤ .

3. ***Kurven zeichnen***

Zeichne die Kurve mit der angegebenen Parameterdarstellung, indem du ausreichend viele Punkte berechnest. Dokumentiere deine Berechnung in einer Wertetabelle.

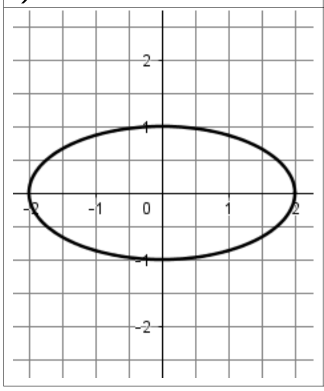
a) $x=2\cdot\cos(t) \wedge y=2\cdot\sin(t)$ *für* $0\leq t\leq 2\pi$ *b)* $x=2\cdot\cos(t) \wedge y=3\cdot\sin(t)$ *für* $0\leq t\leq 2\pi$

c) $x=t \wedge y=2\cdot t^2-1$ *für* $-2\leq t\leq 2$ *d)* $x=t^2 \wedge y=t^3+1$ *für* $-1\leq t\leq 1$

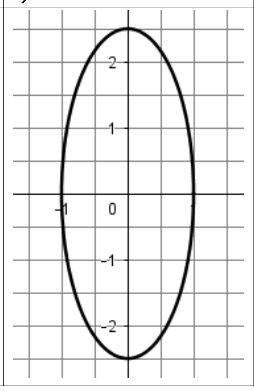
4. ***Kurvenkreuzung***
Dass sich auch mathematische Kurven manchmal selbst kreuzen, kannst du beim Zeichnen der Kurve K mit $x=t^2 \wedge y=2t-\frac{t^3}{2}$ *für* $-2{,}5\leq t\leq 2{,}5$ *näher untersuchen.*

5. ***Parameterdarstellung gesucht!***
Gib die Parameterdarstellung folgender Kurven an.

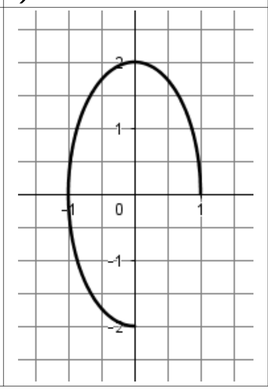
a)



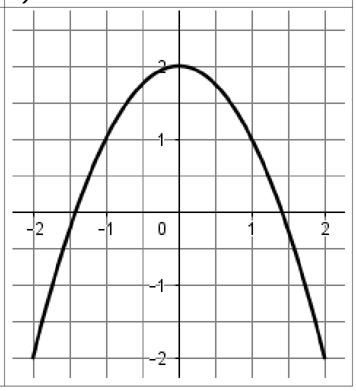
b)



c)



d)



6. ***Gleichwertige Ellipsengleichungen***
Die Parameterform (1) $x=a\cdot\cos(\alpha) \wedge y=b\cdot\sin(\alpha)$ (*für* $0\leq\alpha\leq 360°$) *einer Ellipse lässt sich in die Mittelpunktsgleichung (2)* $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ *umformen.*
a) Gib zur Ellipse mit den Halbachsenlängen a=5cm und b=3cm die Parameterform an.
b) Gib zur Parameterform $x=10\cdot\cos(\alpha)\wedge y=8\cdot\sin(\alpha)$ *die Mittelpunktsgleichung an.*
c) Gib zur Ellipsengleichung $49x^2+25y^2=1225$ *die Parameterdarstellung an.*
d) Ergänze die Umformungen und begründe damit, dass (1) und (2) gleichwertig sind.

1.	$x=a\cdot\cos(\alpha)$ *und* $y=b\cdot\sin(\alpha)$	|
2.	$x^2=a^2\cdot(\cos(\alpha))^2$ *und*	| *in (2) einsetzen*
3.	$\frac{\_\_\_\_\_\_}{a^2}+\frac{\_\_\_\_\_\_}{b^2}=1$	|
4.	$(\cos(\alpha))^2+(\sin(\alpha))^2=1$	| *wahre Aussage*,* → *(1) und (2) sind gleichwertig*

**Begründe, warum die Aussage bei 4. wahr ist.*