**Vertiefungskurs Mathematik**

# Integrationstechniken – Einführung

Das Thema **Integrationstechniken** steht im Bildungsplan unter den Wahlthemen für die Kursstufe 2. Dieses Thema nimmt zum einen in allen Vorlesungen und Prüfungen zur Höheren Mathematik in den Ingenieurfächern oder Naturwissenschaften einen wichtigen Raum ein. Zum anderen sind die Integrationstechniken seit vielen Jahren nicht mehr Bestandteil des Abiturstoffes, so dass den Schülerinnen und Schülern außerhalb des Vertiefungskurses niemals vor Augen geführt wird, dass Integrieren mehr ist als „Ableiten rückwärts“. Aus diesem Grund empfiehlt die ZPG-Gruppe, dieses Thema in der Kursstufe 2 ausführlich zu behandeln.

Die Unterrichtseinheit ist angelegt auf acht Doppelstunden, in denen zunächst die partielle Integration (2 DStd.), dann die Integration durch Substitution (3,5 DStd.) und zuletzt die Integration mit Hilfe der Partialbruchzerlegung (1 DStd.) behandelt werden. In einer Stunde nach der Behandlung der Substitution wird das Augenmerk von der Berechnung von Integralen auf die Bestimmung von Stammfunktionen gelegt, was insbesondere bei der Verwendung einer Substitution eine Rücksubstitution erfordert. Die letzte Doppelstunde hat zum Ziel, in vermischten Übungen das Erkennen der geeigneten Integrationsmethode zu trainieren, sowie komplexere Integrale zu berechnen, in denen mehrere Methoden nacheinander angewandt werden müssen. Falls nicht so viel Unterrichtszeit für dieses Thema aufgewandt werden soll, kann man jeweils die komplexeren Aufgaben der partiellen Integration und der Substitution streichen, sowie die Partialbruchzerlegung und die vermischten Übungen ganz weglassen. So kann auch in fünf Doppelstunden schon ein guter Einblick ins Thema gewonnen werden, und den Schülern/innen wird deutlich:

**Ableiten ist ein Handwerk und Integrieren eine Kunst.**

Die ganze Unterrichtseinheit ist so konzipiert, dass sich der Kurs die Inhalte anhand der Arbeitsblätter selbst erarbeiten kann. Legt man zusätzlich dazu die Lösungen aus oder stellt diese digital zur Verfügung, kann auch die eine oder andere Stunde ganz ohne Lehrkraft stattfinden, z.B. bei Abwesenheiten wegen Abiturkorrektur. Außerdem eignet sich das Thema für eine weitgehend selbstständige Erarbeitung, in dem Fall, dass man einen jahrgangsübergreifenden Kurs hat. Der Aufbau jedes Themas gliedert sich in drei Teile: **Erarbeitung – Anwendung – Aufgaben**. Auf dem Blatt „Erarbeitung“ wird die jeweilige Integrationsregel teils theoretisch hergeleitet, teils das Verfahren an Beispielen vorgestellt. Auf dem Blatt „Anwendung“ wird zuerst die Formel gegeben, dann werden nach und nach die Verfahren bzw. ihre Besonderheiten, sowie „Tricks und Kniffe“ anhand von Musteraufgaben vorgestellt, die von den Schülern/innen nach Anleitung ausgeführt werden sollen. Nach jeder Musteraufgabe wird auf das Blatt „Aufgaben“ verwiesen, meist entsprechen die Aufgabennummern dort den Nummern der Musteraufgaben, so dass diese beiden Blätter idealerweise nebeneinander verwendet werden. Die Blätter „Erarbeitung“ und „Anwendung“ können aber auch als Lehrermaterial betrachtet werden, die Inhalte können z.B. im Vorlesungsstil, in fragend-entwickelndem Stil oder in jeder anderen Unterrichtsform unterrichtet werden. Die Blätter „Aufgaben“ können dann separat zum Üben verwendet werden. Lösungen sind für die Blätter „Erarbeitung“ und „Anwendung“ in getippter Version (pdf und editierbar als docx) vorhanden, ebenfalls die Ergebnisse der „Aufgaben“. Ausführliche Lösungen der „Aufgaben“ liegen handschriftlich als pdf vor.