

Simulation eines Bakterienwachstums



Beobachtet wird das Wachstum des Bazillus Reißnägeli. Die Reißnägeli werden beginnend mit wenigen Exemplaren auf den Tisch geworfen.

Jede Gruppe erhält zum Beispiel 2 Reißnägeli zum werfen und eine ganze Schachtel (150 Stück) Reservennägeli.



Alle Reißnägeli, die mit dem Kopf nach unten zu liegen kommen, befinden sich gerade in einer Wachstumsphase.



Diejenigen Reißnägeli, die „schräg“ aufkommen, dürfen sich teilen. Dies geschieht folgendermaßen: Man zählt die schräg aufgekommenen Nägeli ab und legt aus dem Vorrat noch mal genauso viele Reißnägeli dazu. Die Gesamtzahl der Reißnägeli wird in der Tabelle notiert.



Nun werden alle Reißnägeli aufgenommen und erneut auf den Tisch geworfen. Wieder werden die auf die Spitze gefallenen Reißnägeli gezählt und dürfen sich „teilen“. Nach jedem Schritt wird die Gesamtzahl der Reißnägeli in der Tabelle notiert.

Die Daten werden anschließend mit dem GTR bzw. mit Excel ausgewertet.

Arbeitsblatt:

Simulation eines Wachstumsvorgangs

Beobachtet wird das Wachstum des Bazillus Reißnägeli. Sie erhalten zwei Startnägeli und einen Vorrat von Reißnägeln. Tragen Sie die Anfangszahl in die Tabelle ein. Das Wachstum läuft nach folgender Gesetzmäßigkeit ab. Die Reißnägeli werden auf den Tisch geworfen.



Ein Nagel, der auf dem Kopf zu liegen kommt, befindet sich in der Wachstumsphase und darf weiter fressen



Ein Reißnagel, der schräg auf die Spitze gefallen ist, darf sich teilen. Alle diese Nägel werden gezählt und dann wird die gleiche Anzahl aus dem Vorrat dazugelegt.



Jetzt wird die Gesamtzahl aller auf dem Tisch liegenden Reißnägeli ermittelt und in der Tabelle festgehalten.

Nun werden alle Reißnägeli aufgenommen und erneut geworfen. Der Vorgang wiederholt sich.

Tabelle 1

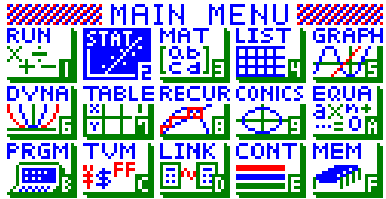
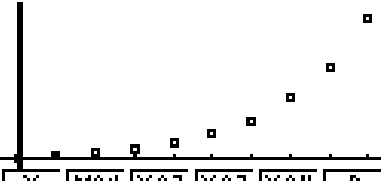
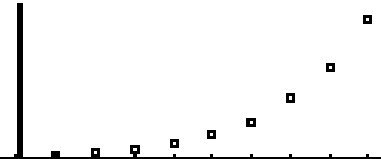
Zeit	0	1	2	3	4	5	6	7	8		
Gesamtzahl der Reißnägeli	2										

Fassen Sie nun in der folgenden Tabelle die Ergebnisse aller Gruppen zusammen.

Tabelle 2

Zeit	0	1	2	3	4	5	6	7	8		
Gesamtzahl der Reißnägeli											

Auswertung mit dem CASIO CFX-9850GB PLUS

<p>Wählen Sie das Menü 2-STAT</p>																															
<p>Geben Sie die Zeiten in die Liste 1 ein und die Anzahlen in die Liste 2</p>	<table border="1" data-bbox="959 613 1326 763"> <thead> <tr> <th></th> <th>List 1</th> <th>List 2</th> <th>List 3</th> <th>List 4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>10</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1</td> <td>16</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>2</td> <td>24</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>3</td> <td>41</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>4</td> <td>65</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="938 779 1326 808">GRAPH CALC TEST DMTB DIST ▸</p>		List 1	List 2	List 3	List 4	1	0	10			2	1	16			3	2	24			4	3	41			5	4	65		
	List 1	List 2	List 3	List 4																											
1	0	10																													
2	1	16																													
3	2	24																													
4	3	41																													
5	4	65																													
<p>Mit F1 [GRPH] und anschließend F1 [GRPH1] erhält man eine graphische Darstellung der Messreihe.</p>	<table border="1" data-bbox="959 837 1326 987"> <thead> <tr> <th></th> <th>List 1</th> <th>List 2</th> <th>List 3</th> <th>List 4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>10</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1</td> <td>16</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>2</td> <td>24</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>3</td> <td>41</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>4</td> <td>65</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="938 1003 1326 1032">GP1 GP2 GP3 SEL SET</p>  <p data-bbox="938 1234 1326 1263">X Med X^2 X^3 X^4 ▸</p>		List 1	List 2	List 3	List 4	1	0	10			2	1	16			3	2	24			4	3	41			5	4	65		
	List 1	List 2	List 3	List 4																											
1	0	10																													
2	1	16																													
3	2	24																													
4	3	41																													
5	4	65																													
<p>Nun können verschiedene Regressionskurven ausgewählt werden. Mit der Taste F6 erhält man außer den Polynomfunktionen noch weitere Funktionstypen.</p>	 <p data-bbox="938 1458 1326 1487">Log Exp Pwr 2VAR Sin ▸</p>																														

Wählt man zum Beispiel im ersten Menü mit **[F5]** [X^4] ein Polynom 4.-ten Grades, werden die Koeffizienten angegeben.

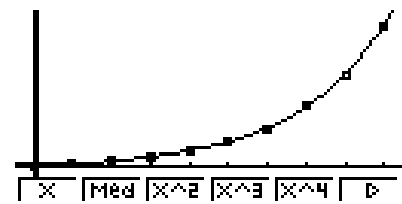
Mit der Taste **[F5]** [COPY] kann diese Funktion zur Weiterverarbeitung in das **GRAPH-Menü** kopiert werden.

Mit der Taste **[F6]** [DRAW] wird die gefundene Regressionskurve durch die Messpunkte gezeichnet.

Da der Rechner hier als Bestimmtheitsmaß keinen Korrelationskoeffizienten liefert, kann die Güte nur am Schaubild beurteilt werden.

```

QuartRes
a=0.1461247
b=-1.3149766
c=7.0895979
d=-3.016317
e=10.8496503
y=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e
      [COPY] [DRAW]
  
```



Zum Vergleich kann man noch die Exponentialfunktion wählen.

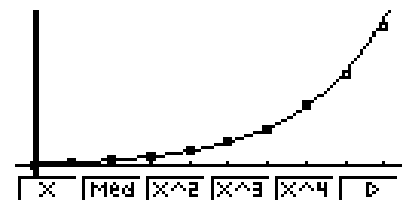
Hier wird allerdings das Bestimmtheitsmaß angezeigt, im Beispiel $r^2 = 99,9\%$

Der Vergleich der beiden Schaubilder lässt leider auch keine Entscheidung über die „bessere“ Anpassung der Kurve an die Messpunkte zu.

Zur weiteren Auswertung soll daher das Programm Excel eingesetzt werden.

```

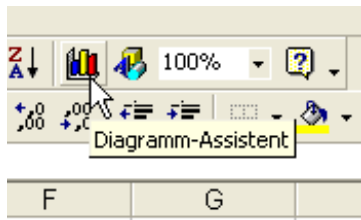
ExpRes
a =10.2944837
b =0.44817065
r =0.99965919
r^2=0.9993185
y=a*e^bx
      [COPY] [DRAW]
  
```



Auswertung mit Excel

Die Daten werden in ein Tabellenblatt eingeben und markiert (ohne Text).

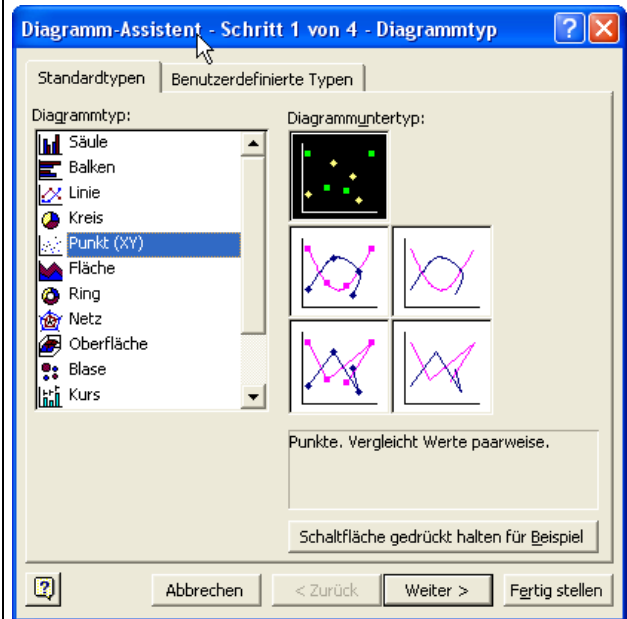
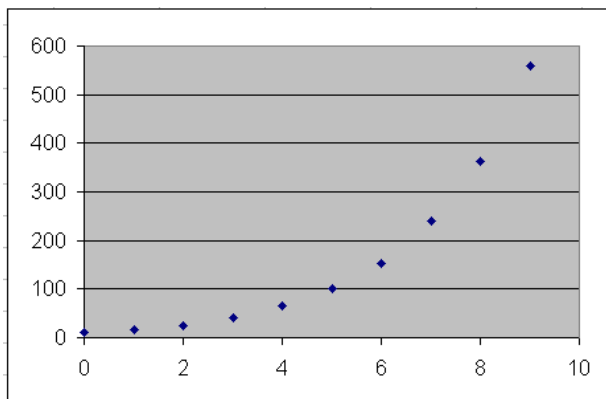
Man wählt in der Symbolleiste den Diagrammassistenten:



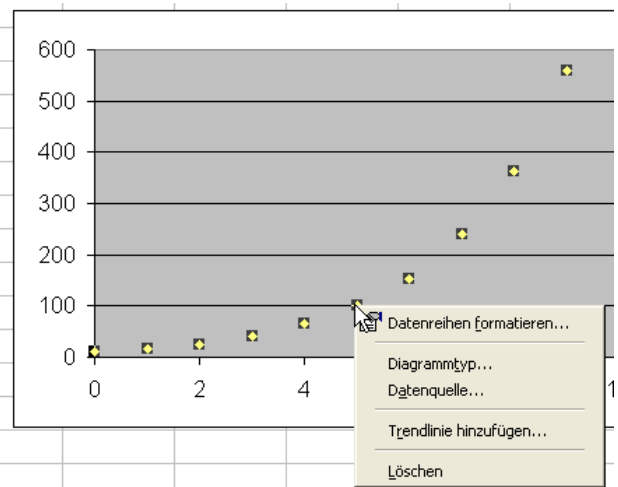
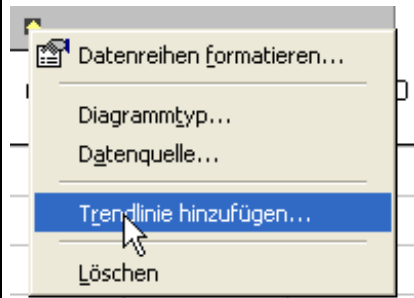
	A	B	C	D
1	Das Wachstum des Bazillus Reißnägeli			
2	Zeit	Summe		
3	0	10		
4	1	16		
5	2	24		
6	3	41		
7	4	65		
8	5	101		
9	6	153		
10	7	239		
11	8	363		
12	9	553		
13				

Als Diagrammtyp wählt man ein Punkt(XY) – Diagramm und wählt die Schaltfläche

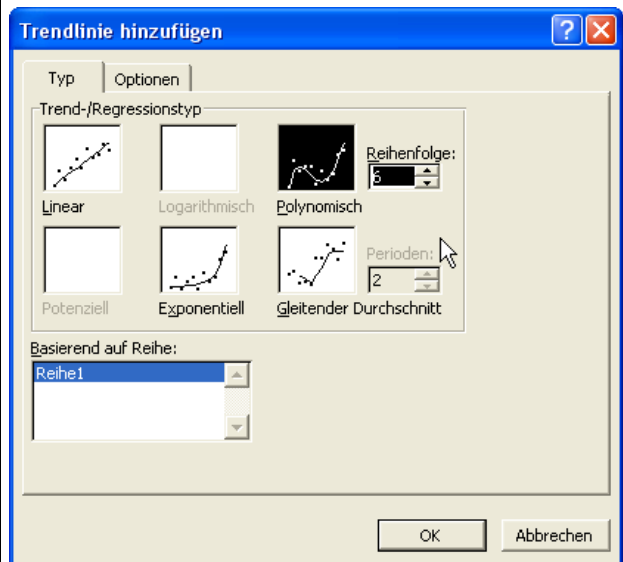
Fertig stellen



Nun klickt man mit der **rechten** Maustaste auf die Datenpunkte im Diagramm und wählt aus dem Kontextmenü den Menüpunkt **Trendlinie hinzufügen**.



Im nächsten Fenster wählt man dann zum Beispiel ein Polynom 6.-ten Grades. (In dieser Excel-Version heißt die Ordnung des Polynoms fälschlicherweise „Reihenfolge“)

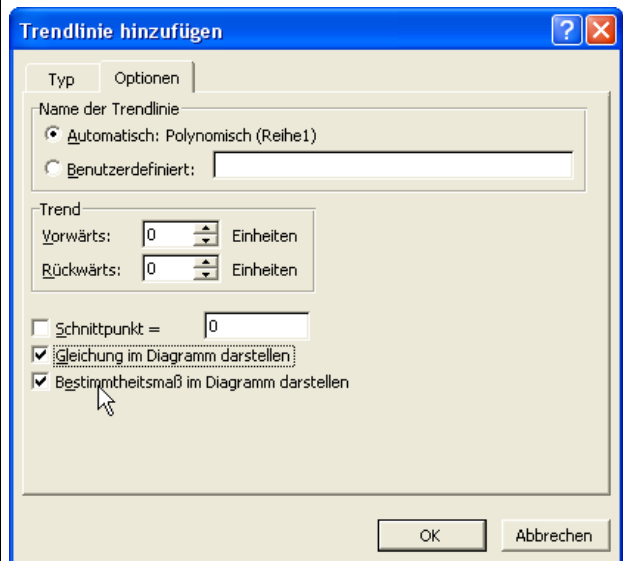


Im Register Optionen aktiviert man nun noch die Kontrollkästchen

Gleichung im Diagramm darstellen

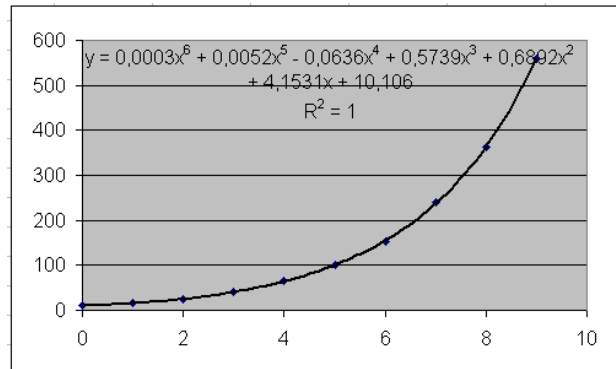
und

Bestimmtheitsmaß im Diagramm darstellen.



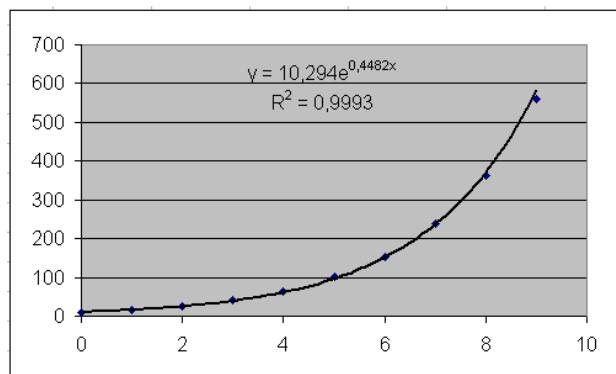
Regression mit einem Polynom 6.-ten Grades.

$R^2 = 1$



Regression mit einer Exponentialfunktion.

$R^2 = 0,9993$



Nach dieser Auswertung kann also auch nicht entschieden werden, welche Funktion das Wachstum beschreibt, das Polynom scheint geringfügig besser geeignet zu sein.

Modellbildung für das Wachstum des Bazillus Reißnägeli

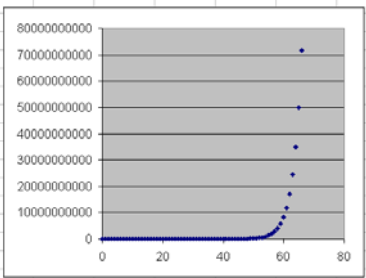
Die Reißnägeli fallen mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 57% auf den Kopf und mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 43% auf die Spitze.

Anzahl(Zeit) sei die Anzahl der vorhandenen Reißnägeli, der Anfangsbestand ist Anzahl(0).

Es gilt die Modellgleichung:

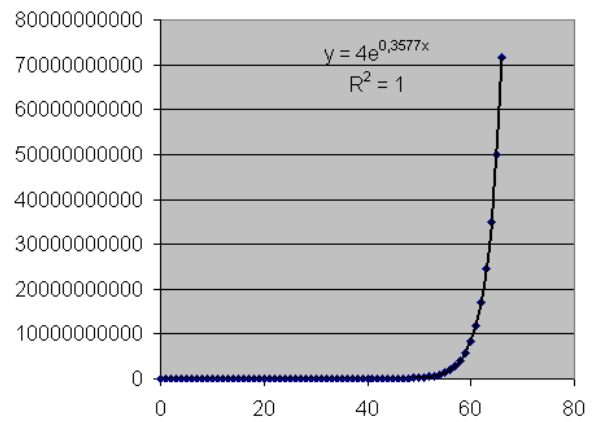
$$\text{Anzahl}(\text{neu}) = \text{Anzahl}(\text{alt}) + \text{Anzahl}(n) \cdot 0,43$$

Dieses Modell kann man leicht in Excel realisieren.

<p>Modell des Wachstums in der Formelansicht.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td colspan="2">Wachstumsmodell</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>Zeit</td> <td>Zahl</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>=A3+1</td> <td>=B3+B3*0,43</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>=A4+1</td> <td>=B4+B4*0,43</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>=A5+1</td> <td>=B5+B5*0,43</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>=A6+1</td> <td>=B6+B6*0,43</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>=A7+1</td> <td>=B7+B7*0,43</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>=A8+1</td> <td>=B8+B8*0,43</td> </tr> </tbody> </table>		A	B	1	Wachstumsmodell		2	Zeit	Zahl	3	0	4	4	=A3+1	=B3+B3*0,43	5	=A4+1	=B4+B4*0,43	6	=A5+1	=B5+B5*0,43	7	=A6+1	=B6+B6*0,43	8	=A7+1	=B7+B7*0,43	9	=A8+1	=B8+B8*0,43																																																																																																																																																						
	A	B																																																																																																																																																																																			
1	Wachstumsmodell																																																																																																																																																																																				
2	Zeit	Zahl																																																																																																																																																																																			
3	0	4																																																																																																																																																																																			
4	=A3+1	=B3+B3*0,43																																																																																																																																																																																			
5	=A4+1	=B4+B4*0,43																																																																																																																																																																																			
6	=A5+1	=B5+B5*0,43																																																																																																																																																																																			
7	=A6+1	=B6+B6*0,43																																																																																																																																																																																			
8	=A7+1	=B7+B7*0,43																																																																																																																																																																																			
9	=A8+1	=B8+B8*0,43																																																																																																																																																																																			
<p>Modell mit Diagramm</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> <th>E</th> <th>F</th> <th>G</th> <th>H</th> <th>I</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td colspan="9">Wachstumsmodell Bazillus Reißnägeli</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>Zeit</td> <td>Zahl</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0</td> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>1</td> <td>6</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>2</td> <td>8</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>3</td> <td>12</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>4</td> <td>17</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>5</td> <td>24</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>6</td> <td>34</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>7</td> <td>49</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>11</td> <td>8</td> <td>70</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>12</td> <td>9</td> <td>100</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>13</td> <td>10</td> <td>143</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>14</td> <td>11</td> <td>205</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>15</td> <td>12</td> <td>292</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>16</td> <td>13</td> <td>418</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>17</td> <td>14</td> <td>598</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> 		A	B	C	D	E	F	G	H	I	1	Wachstumsmodell Bazillus Reißnägeli									2	Zeit	Zahl								3	0	4								4	1	6								5	2	8								6	3	12								7	4	17								8	5	24								9	6	34								10	7	49								11	8	70								12	9	100								13	10	143								14	11	205								15	12	292								16	13	418								17	14	598							
	A	B	C	D	E	F	G	H	I																																																																																																																																																																												
1	Wachstumsmodell Bazillus Reißnägeli																																																																																																																																																																																				
2	Zeit	Zahl																																																																																																																																																																																			
3	0	4																																																																																																																																																																																			
4	1	6																																																																																																																																																																																			
5	2	8																																																																																																																																																																																			
6	3	12																																																																																																																																																																																			
7	4	17																																																																																																																																																																																			
8	5	24																																																																																																																																																																																			
9	6	34																																																																																																																																																																																			
10	7	49																																																																																																																																																																																			
11	8	70																																																																																																																																																																																			
12	9	100																																																																																																																																																																																			
13	10	143																																																																																																																																																																																			
14	11	205																																																																																																																																																																																			
15	12	292																																																																																																																																																																																			
16	13	418																																																																																																																																																																																			
17	14	598																																																																																																																																																																																			

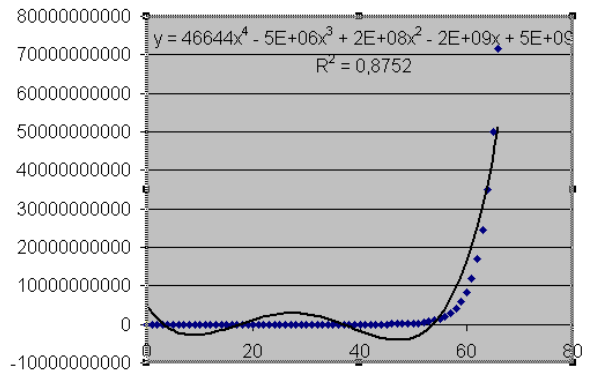
Regression mit einer Exponentialfunktion.

$R^2 = 1$



Regression mit einem Polynom 4.-ten Grades.

$R^2 = 0,8752$



Regression mit einem Polynom 6.-ten Grades.

$R^2 = 0,9835$

