

FLUCHTGESCHWINDIGKEITEN

(1) Berechne jeweils die Fluchtgeschwindigkeit v_F von den Oberflächen der folgenden Objekte:

Mars: $M = 6,419 \cdot 10^{23} \text{ kg}$, $R = 3\,389,5 \text{ km}$

$$v_F = \sqrt{2 \cdot G \cdot \frac{M}{R}} = \sqrt{2 \cdot 6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot \frac{6,419 \cdot 10^{23} \text{ kg}}{3,3895 \cdot 10^6 \text{ m}}} \approx 5,0 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Jupiter: $M = 1,898 \cdot 10^{27} \text{ kg}$, $R = 69\,911 \text{ km}$

$$v_F = \sqrt{2 \cdot G \cdot \frac{M}{R}} = \sqrt{2 \cdot 6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot \frac{1,898 \cdot 10^{27} \text{ kg}}{6,9911 \cdot 10^7 \text{ m}}} \approx 60 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Sonne: $M_{\odot} = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, $R_{\odot} = 695\,510 \text{ km}$

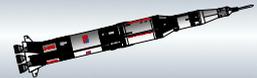
$$v_F = \sqrt{2 \cdot G \cdot \frac{M}{R}} = \sqrt{2 \cdot 6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot \frac{1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{6,9551 \cdot 10^8 \text{ m}}} \approx 617,3 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

VY Canis Majoris: $M = 40 M_{\odot}$, $R = 1420 R_{\odot}$

$$v_F = \sqrt{2 \cdot G \cdot \frac{40 M_{\odot}}{1420 R_{\odot}}} = \sqrt{2 \cdot 6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot \frac{40 \cdot 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{1420 \cdot 6,9551 \cdot 10^8 \text{ m}}} \approx 103,7 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Neutronenstern: $M = 2 M_{\odot}$, $R = 10 \text{ km}$

$$v_F = \sqrt{2 \cdot G \cdot \frac{2 M_{\odot}}{R}} = \sqrt{2 \cdot 6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot \frac{2 \cdot 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{1 \cdot 10^4 \text{ m}}} \approx 230\,396 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$



(2) Ist bei einem Objekt die Fluchtgeschwindigkeit an seiner „Oberfläche“ größer als die Lichtgeschwindigkeit c ($v_F > c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} (= 300\,000 \text{ km/s})$), so kann selbst Licht nicht mehr entweichen.

Den Radius dieses Objektes nennt man Schwarzschild-Radius r_S , seine „Oberfläche“ den Ereignishorizont, das Objekt selbst ist ein Schwarzes Loch.

a) Berechne, auf welchen Radius r_S die Erde schrumpfen müsste, damit sie ein Schwarzes Loch wäre.

$$r_S = 2 \cdot G \cdot \frac{M}{c^2} = 2 \cdot 6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot \frac{5,9723 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} \approx 8,9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \approx 0,9 \text{ cm}$$

b) Sagittarius A* (Sgr A*) ist das Zentrum unserer Milchstraße, ein supermassereiches Schwarzes Loch mit 4,1 Mio. Sonnenmassen.

Berechne den Schwarzschild-Radius seines Ereignishorizonts.

$$r_S = 2 \cdot G \cdot \frac{4,1 \cdot 10^6 \cdot M_\odot}{c^2} = 2 \cdot 6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot \frac{4,1 \cdot 10^6 \cdot 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} \\ \approx 1,2 \cdot 10^{10} \text{ m} = 12 \text{ Mio. km}$$