

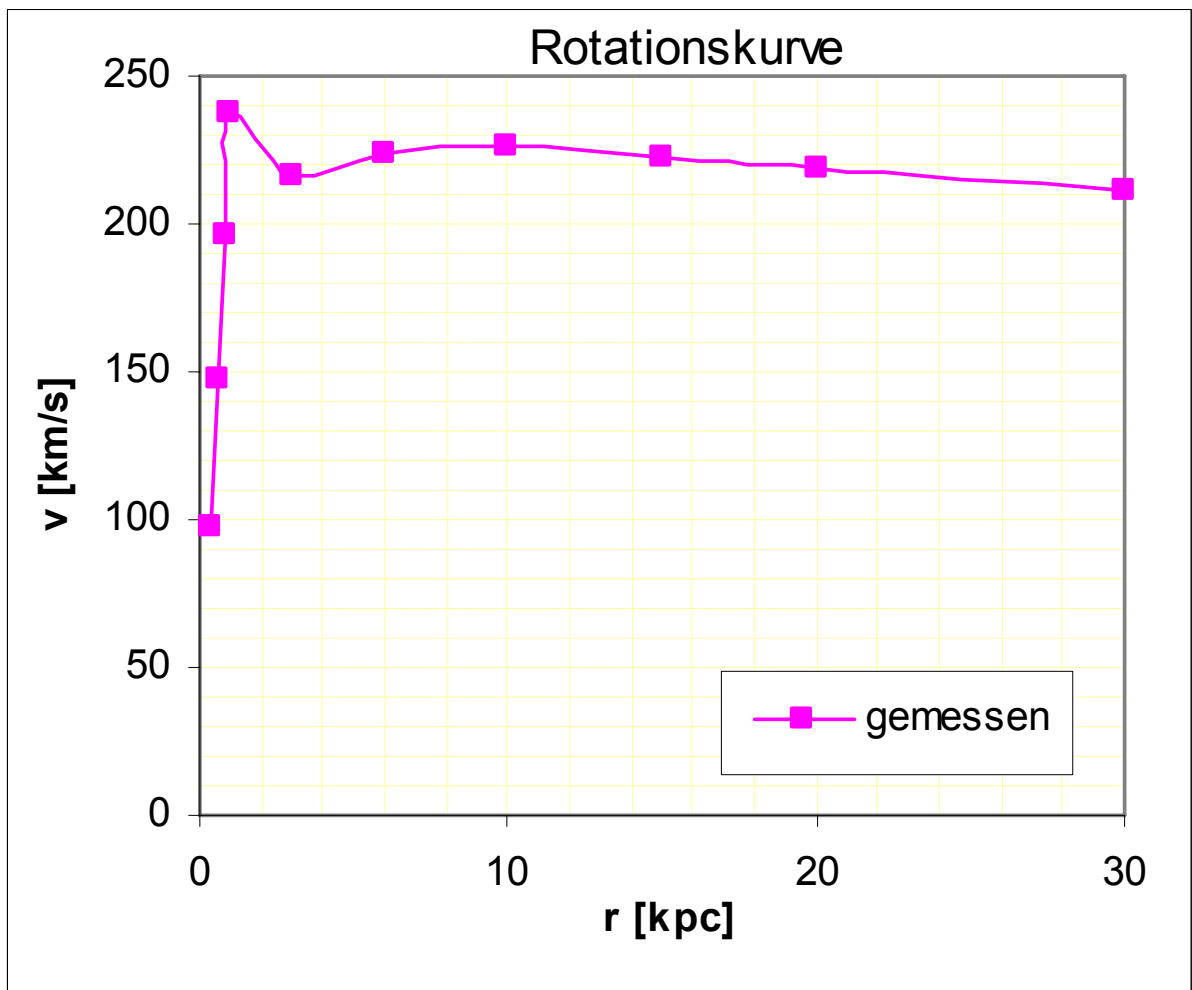
Aufgabe - Rotierende Galaxie (WiS!-Material zu SuW 9/2005)

(siehe: <http://www.wissenschaft-schulen.de/artikel/785398>)

Für ein Sternsystem wurde aus der Helligkeitsverteilung auf die Verteilung der beobachtbaren Masse geschlossen. (Dazu fand ein gegebenes Verhältnis zwischen Leuchtkraft und Masse Anwendung.) In der nebenstehenden Tabelle sind die Massen $M(r)$, auf die jeweils innerhalb der Radien r im Sternsystem geschlossen wurde, aufgeführt. Man berechne die theoretischen Umlaufgeschwindigkeiten $v(r)$, die bei den entsprechenden Massen und Radien nötig wären, damit die Sterne stabil auf Kreisbahnen im Sternsystem umlaufen. Die theoretische Rotationskurve ist in das gegebene Diagramm mit der gemessenen Rotationskurve einzuzeichnen und zu kommentieren. Man diskutiere die Diskrepanz zwischen den Kurven.

r [kpc]	$M(r)$ [kg]	berechnet $v(r)$ [km/s]	gemessen $v(r)$ [km/s]
0,4	$1,8 \cdot 10^{39}$		98
0,6	$6,0 \cdot 10^{39}$		147
0,8	$14,2 \cdot 10^{39}$		196
1	$27,8 \cdot 10^{39}$		238
3	$58,3 \cdot 10^{39}$		216
6	$89,9 \cdot 10^{39}$		224
10	$111,1 \cdot 10^{39}$		226
15	$132,7 \cdot 10^{39}$		223
20	$137,7 \cdot 10^{39}$		219
30	$138,7 \cdot 10^{39}$		211

Zusatzaufgabe: Das Verhältnis der Gesamtmasse (sichtbare + Dunkle Materie) zur alleinigen Masse der Dunklen Materie ist zu bestimmen und mit dem in Abb. 1 gezeigten Wert zu vergleichen.



Verschiedene Rotationskurven für Galaxien, die aus Radialgeschwindigkeitsmessungen gewonnen wurden, können unter der Internetadresse <http://www.ioa.s.u-tokyo.ac.jp/~sofue/rotation/fig2.htm> abgerufen werden.

Lösung zur Aufgabe - Rotierende Galaxie

Geg.: Gravitationskonstante
Umrechnung
Sonnenmasse

$$\gamma = 6,6726 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$$

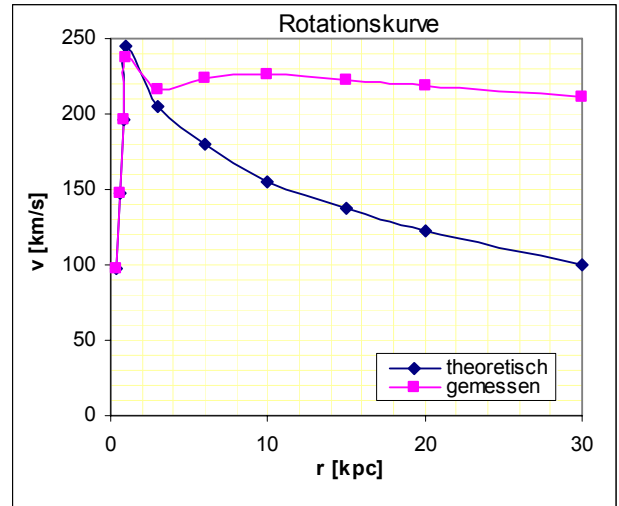
$$1 \text{ pc} = 3,086 \cdot 10^{16} \text{ m}$$

$$M_{\odot} = 1,9896 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

Ges.: theoretische Bahngeschwindigkeiten $v(r)$ der Sterne bei r

Lös.:
$$v(r) = \sqrt{\frac{\gamma \cdot M(r)}{r}}$$

r [kpc]	$M(r)$ [kg]	berechnet $v(r)$ [km/s]	gemessen $v(r)$ [km/s]
0,4	$1,8 \cdot 10^{39}$	98	98
0,6	$6,0 \cdot 10^{39}$	147	147
0,8	$14,2 \cdot 10^{39}$	196	196
1	$27,8 \cdot 10^{39}$	245	238
3	$58,3 \cdot 10^{39}$	205	216
6	$89,9 \cdot 10^{39}$	180	224
10	$111,1 \cdot 10^{39}$	155	226
15	$132,7 \cdot 10^{39}$	138	223
20	$137,7 \cdot 10^{39}$	122	219
30	$138,7 \cdot 10^{39}$	100	211



Das fertige Diagramm findet sich auch in der Datei **Mappe2.xls** (Programm Excel). Bis zu einem Zentrumsabstand von 1 kpc führt die Galaxie eine starre Rotation durch. Weiter außerhalb ergibt sich theoretisch ein Geschwindigkeitsabfall, der jedoch nicht gemessen wird. Die gemessene Rotationsgeschwindigkeit bleibt nahezu konstant, d. h. das Verhältnis $M(r)/r$ muss nahezu konstant bleiben. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit einer zusätzlich in der Galaxie vorhandenen Masse M_{Dunkel} , die (bisher) unsichtbar bleibt (Dunkle Materie).

$$v(r) = \sqrt{\frac{\gamma \cdot [M_{\text{sichtbar}}(r) + M_{\text{dunkel}}(r)]}{r}}$$

Das Verhältnis der Gesamtmasse (sichtbare und Dunkle Materie) zur Masse der Dunklen Materie soll für $r=30\text{kpc}$ bestimmt und mit dem in Abb. 1 gezeigten Diagrammwert verglichen werden.

$$M_{\text{sichtbar}}(r) + M_{\text{dunkel}}(r) = v^2 \cdot \frac{r}{\gamma} =$$

$$\left(211 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}\right)^2 \cdot \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 3,086 \cdot 10^{16} \text{ m}}{6,6726 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}} \approx 6,2 \cdot 10^{41} \text{ kg.}$$

$$\frac{M_{\text{sichtbar}}(r)}{M_{\text{sichtbar}}(r) + M_{\text{dunkel}}(r)} = \frac{138,7 \cdot 10^{39} \text{ kg}}{6,2 \cdot 10^{41} \text{ kg}} \approx \underline{\underline{0,22.}}$$

Aus Abb. 1 lässt sich für das Massenverhältnis ein Wert von $4/21 \approx 0,19$ ablesen.