

Die „maßgeschneiderte“ drehbare Sternkarte

Drehbare Sternkarten sind die am häufigsten gebrauchten Orientierungshilfen für Beobachtungen des Sternenhimmels. Einfache drehbare Sternkarten sind jedoch nur für bestimmte Standorte auf der Erde gültig. Für die Groborientierung genügt eine solche Sternkarte für ein größeres Gebiet rund um den Referenzstandort. Für Gestirne im horizontnahen Bereich oder zur genaueren Vorhersage von Auf- und Untergangszeiten wäre eine dem Standort angepasste drehbare Sternkarte besser. Eine Sternkarte speziell für die Schule und den Schulstandort, den Wohnsitz oder den entfernten Urlaubsort ist wünschenswert und kann den Reiz des individuell Besonderen ausstrahlen. Hervorzuheben ist insbesondere der didaktische Wert, den die Bewältigung der Aufgabe, eine drehbare Sternkarte zu konstruieren und zu bauen, in sich trägt. Die handwerkliche Erarbeitung des Modells fordert und fördert die Erarbeitung der theoretischen Grundlagen. Im Endeffekt können Schüler eine derartig entstandene Sternkarte nicht nur mechanisch, sondern verstehend bedienen.

Die Selbstanfertigung einer drehbaren Sternkarte (siehe z. B. auch [6]) ermöglicht es auch, die einzutragenden Himmelsobjekte nach bestimmten Kriterien auszuwählen und so z. B. eine Sternkarte für das Aufsuchen spezieller Beobachtungsobjekte für einen Beobachtungsabend (Doppelsterne, veränderliche Sterne, ...) zu erstellen.

Neben der tiefgründigen Entwicklung von astronomischen Grundlagenkenntnissen fordert und fördert ein Projekt zur Konstruktion und zum Bau einer drehbaren Sternkarte Kenntnisse und Fähigkeiten aus verschiedenen anderen Fachgebieten. Im folgenden sollen die notwendigen Denk- und Arbeitsschritte dargestellt werden.

Am Anfang steht die Beschreibung des Sternenhimmels anhand des Modells der scheinbaren Himmelskugel. Als Hilfsmittel stehen dazu u. a. der Wasserglobus und der Himmelsglobus zur Verfügung (Abb. 3). Die Identität der Horisontalbkugel mit der halben Himmelskugel für weit entfernte Objekte muss herausgestellt werden. Die scheinbare Drehung der Himmelskugel erfordert ein Hilfsmittel, welches die scheinbare Drehung des Himmels in Rechnung stellt – eine überstülpbare Horisontalbkugel wie in Abb. 3, die drehbar ist oder im Falle einer Sternkarte eine drehbare Scheibe mit einem Horizontausschnitt.

Mit dem Modell des Flaschenglobus hat man klarzumachen, dass sich der Zenit bei der scheinbaren täglichen Drehung der Himmelskugel auf einer Kreisbahn mit einem Winkelabstand von $z_{\text{Pol}} = 90^\circ - \varphi$ (φ ... geographische Breite) um den Himmelsnordpol bewegt. Damit verbunden zeigt sich weiterhin, dass in Südrichtung bis zu einem Winkel von z_{Pol} unter den Himmeläquator geschaut werden kann. Das heißt, im Laufe eines Jahres wird zusätzlich zur nördlichen Himmelshalbkugel ein Streifen mit einer Breite von z_{Pol} der südlichen Himmelshalbkugel sichtbar.

An dieser Stelle kann der grundsätzlich notwendige Aufbau einer drehbaren Sternkarte aus einer Grundscheibe mit dem gesamten am Beobachtungsort sichtbaren Sternenhimmel und einer darüber drehbaren Deckscheibe mit einem Horizontausschnitt festgestellt werden.

Zur Erzeugung von Grundscheibe und Deckscheibe müssen die sphärischen Koordinaten in die Ebene übertragen werden. Das Problem der Übertragung der Koordinaten von einer Kugeloberfläche auf eine ebene Fläche ist von der Geographie/Kartographie her bekannt („Astrokartographie“ siehe [2]). Da eine Kugeloberfläche nicht abrollbar ist, müssen ihre Punkte auf eine abrollbare Fläche (Zylindermantel, Kegelmantel oder Ebene) projiziert werden, was bereits im Falle des Objektfinders deutlich wurde. Für drehbare Sternkarten nutzt man die stereographische Zentralprojektion, d. h. die Kugelkoordinaten (α , δ , a , h) werden in eine Ebene abgebildet, die senkrecht zur Polachse der Himmelskugel auf dem Pol der abzubildenden Halbkugel liegt (siehe Abb. 4). Der Quellpunkt der Projektionsstrahlen liegt im Gegensatz zur gnomonischen Zentralprojektion nun im gegenüberliegenden Pol, so dass der Sternenhimmel über den Himmelsäquator hinaus abgebildet werden kann. Die stereographische Zentralprojektion ist winkeltreu aber nicht längentreu. Bei der Projektion erscheint die kürzeste Verbindung zwischen dem Pol, an dem die Projektionsebene anliegt, und einem Punkt auf der Himmelskugel als gerade Linie (für Erdkarten wird diese Projektionsart angewendet, wenn es um die Bestimmung der kürzesten See- und Luftwege bei Langstreckenfahrten und -flügen geht).

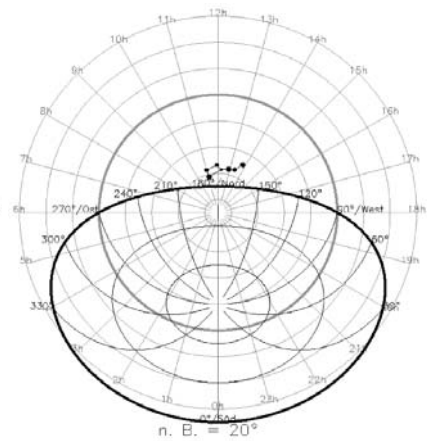
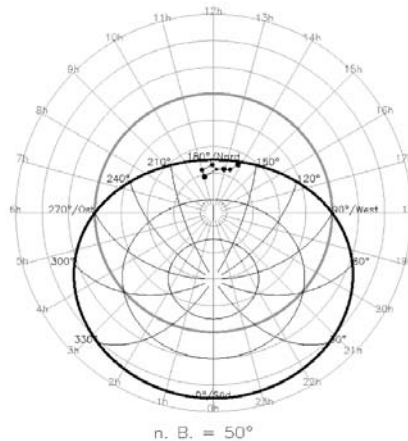
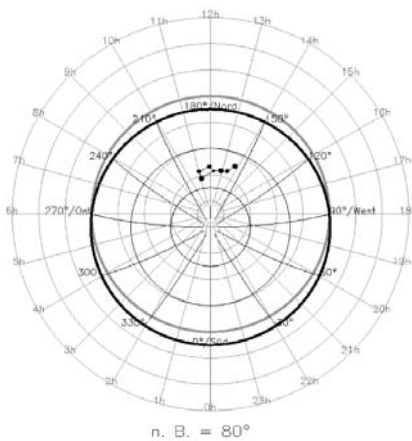
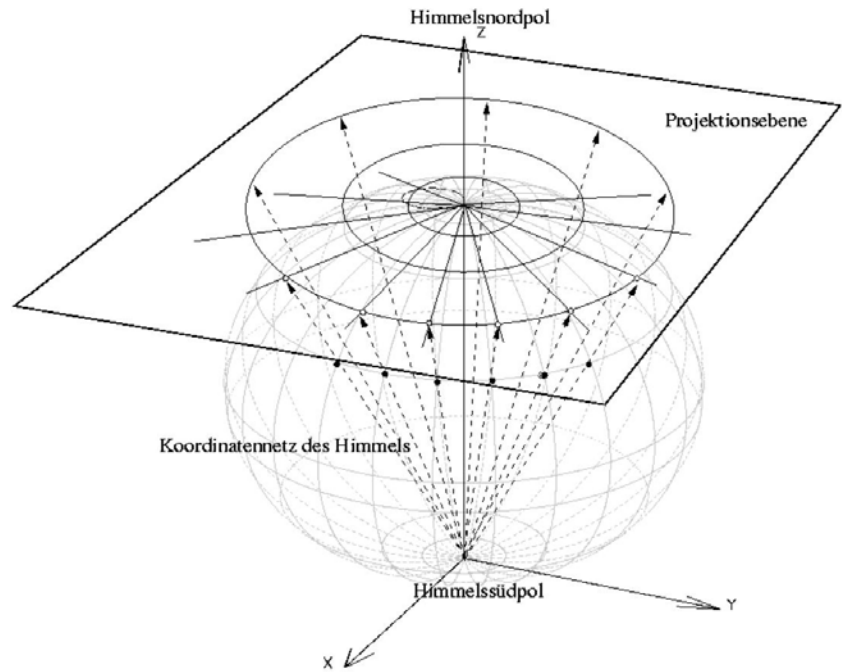
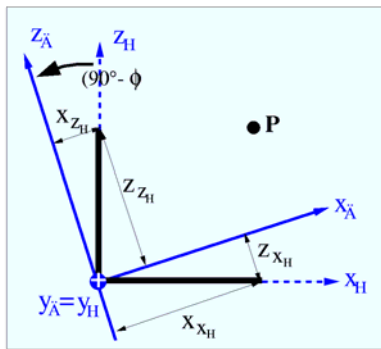
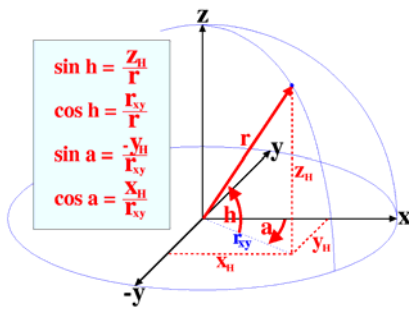


Abbildung 4: Links oben: Beziehungen zwischen sphärischen und kartesischen Koordinaten. Links mittig: „Vererbung“ von Koordinatenkomponenten bei Drehung eines kartesischen Koordinatensystems um die y-Achse. Rechts oben: Stereographische Zentralprojektion der Himmelsnordhalbkugel. Am Himmelsnordpol liegt die Projektionsebene an (Tangentialebene). Der Himmelsstüdpol ist das Zentrum der Projektionsstrahlen. Die Deklinationskreise sind nach der Projektion nicht äquidistant. Unten: Koordinatennetze der Grundscheibe und der Deckscheibe von drehbaren Sternkarten, berechnet für geographische Breiten von $\varphi=80^\circ$, 50° , 20° . Während die Grundscheibe für $\varphi=80^\circ$ größer als benötigt ist, müsste sie für $\varphi=20^\circ$ um ca. 10° in δ -Richtung größer sein.

In der Projektionsebene bilden die Stundenkreise eine Schar von Strahlen um den Himmelspol (siehe Abb. 4). Die Deklinationskreise erscheinen konzentrisch um den Pol, aber zunächst nicht äquidistant. Zur Herstellung der Äquidistanz, die aus praktischen Gründen sinnvoll ist, wird die Deklinationsachse in der Projektionsebene entzerrt. Dabei wird jedoch die Winkeltreue aufgegeben. Die Kugelkoordinaten α und δ finden sich in der Projektionsebene als Polarkoordinaten wieder: $\alpha \rightarrow$ Polarwinkel, $(90^\circ - \delta) \rightarrow$ Zentrumsabstand. In das nun gegebene Koordinatennetz werden die gewünschten

Sterne/Sternbilder eingetragen. Die Größe der Sternscheibchen kann durch die scheinbare Helligkeit der Objekte skaliert werden.

Der Horizontausschnitt der Deckscheibe entsteht ebenso durch Zentralprojektion der Punkte des Äquatorsystems, denen die Koordinatenlinien des Horizontsystems entsprechen. Man kann sich dies mit Hilfe der dem Himmelsglobus überstülpbaren Horizonthalbkugel in Abb. 3 sehr gut veranschaulichen. Im Gegensatz zu den äquatorialen Koordinaten wird das Koordinatennetz der Horizonthalbkugel durch die Projektion verzerrt.

Die Äquatorkoordinaten von verschiedenen Gradnetzlinien des Horizontsystems (z. B. für die Horizontlinie: $h = 0^\circ$, $a = 1, 2, \dots, 360^\circ$) erhält man punktweise durch Koordinatentransformation. Die Herkunft der Transformationsformeln muß nicht im Dunkeln bleiben, zumal die Herleitung nur auf einfacher Trigonometrie beruht. Zur Erstellung der persönlichen drehbaren Sternkarte gehört auch ausreichendes Verständnis der verwendeten Formalismen. Der Weg zur Erarbeitung der Transformationsformeln soll deshalb hier kurz beschrieben werden.

Zunächst gilt es, den Zusammenhang von sphärischen Koordinaten (a, h und α, δ) und kartesischen Koordinaten (x_H, y_H, z_H und $x_{\bar{A}}, y_{\bar{A}}, z_{\bar{A}}$) für das Horizont- und das Äquatorsystem aufzuzeigen (siehe auch Abb. 4). Es gilt:

$$\begin{aligned}x_H &= r \cdot \cos a \cdot \cos h, \\y_H &= -r \cdot \sin a \cdot \cos h, \\z_H &= r \cdot \sin h,\end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}x_{\bar{A}} &= r \cdot \cos \tau \cdot \cos \delta, \\y_{\bar{A}} &= -r \cdot \sin \tau \cdot \cos \delta, \\z_{\bar{A}} &= r \cdot \sin \delta.\end{aligned}$$

Dieser Schritt war nötig, weil sich die Koordinatentransformation in kartesischen Koordinaten einfacher beschreiben lässt. Die z_H -Achse des kartesisch beschriebenen Horizontsystems zeigt zum Zenit, die $z_{\bar{A}}$ -Achse des kartesisch beschriebenen Äquatorsystems zum Himmelsnordpol. Man gelangt vom kartesisch beschriebenen Horizontsystem zum kartesisch beschriebenen Äquatorsystem, indem die $z_{\bar{A}}$ -Achse durch Drehung des Koordinatendreiecks um die y -Achse zur z_H -Achse wird (siehe Abb. 4). Der Punkt P wurde im kartesisch beschriebenen Äquatorsystem durch die Koordinaten $x_{\bar{A}}, y_{\bar{A}}, z_{\bar{A}}$ beschrieben. Im kartesisch beschriebenen Horizontsystem sind es x_H, y_H, z_H . Die y -Koordinate verändert sich durch die Drehung nicht ($y_{\bar{A}} = y_H$). Ansonsten liefern („vererben“) die Koordinaten(strecken) x_H und z_H anteilig je Teilbeträge an $x_{\bar{A}}$ und $z_{\bar{A}}$ (siehe Abb. 4). Es gilt:

$$\begin{aligned}x_{\bar{A}} &= x(x_H) + x(z_H), \\y_{\bar{A}} &= y_H, \\z_{\bar{A}} &= -z(x_H) + z(z_H).\end{aligned}$$

Die Teilbeträge $x(x_H)$, $z(x_H)$, $x(z_H)$, $z(z_H)$ lassen sich aus x_H und z_H und dem Winkel der Verdrehung ($90^\circ - \varphi$) berechnen:

$$\begin{aligned}x_{\bar{A}} &= \cos(90^\circ - \varphi) \cdot x_H + 0 \cdot y_H + \sin(90^\circ - \varphi) \cdot z_H, \\y_{\bar{A}} &= 0 \cdot x_H + 1 \cdot y_H + 0 \cdot z_H, \\z_{\bar{A}} &= -\sin(90^\circ - \varphi) \cdot x_H + 0 \cdot y_H + \cos(90^\circ - \varphi) \cdot z_H.\end{aligned}$$

Nun müssen die kartesischen wieder durch die sphärischen Koordinaten mit $r=1$ (scheinbare Himmelskugel als Einheitskugel) ersetzt werden und man erhält die Transformationsformeln:

$$\begin{aligned}\text{I.} \quad & \cos \tau \cdot \cos \delta = \sin \varphi \cdot \cos a \cdot \cos h + \cos \varphi \cdot \sin h, \\ \text{II.} \quad & \sin \tau \cdot \cos \delta = -\sin a \cdot \cos h, \\ \text{III.} \quad & \sin \delta = -\cos \varphi \cdot \cos a \cdot \cos h + \sin \varphi \cdot \sin h.\end{aligned}$$

Die Berechnung der Projektionsbilder von Koordinatenlinien und Objektpunkten für Sternenhimmel und Horizont erfolgt mittels eines zu erstellenden Computerprogramms (Programmieraufgabe). Neben den Koordinaten für die Linien der Gradnetze und für die einzutragenden Gestirne ist hierfür lediglich die geographische Breite des Beobachtungsstandortes (φ) als Eingabewert erforderlich.

Die Gestaltung der Skalen auf der Grundscheibe und auf der Deckscheibe der Sternkarte erfordert weitere astronomische Kenntnisse. Als Vorüberlegung stelle man sich vor, unsere Uhren würden nach Sternzeit laufen (Gedankenexperiment). An einem bestimmten Beobachtungsort würden dann an jedem Sterntag (nahezu 360° -Drehung, Sternzeit mit dem Bezugspunkt 'Frühlingspunkt') die gleichen Sternbilder in den gleichen Himmelsrichtungen zu den gleichen Tageszeiten sichtbar werden. Die Drehung der Deckscheibe würde den Verlauf eines Sterntages repräsentieren, und die Sternzeitskala auf der Deckscheibe wäre die einzig notwendige Skala, weil der Bezugspunkt (Frühlingspunkt) nahezu fest steht. Im Prinzip würde die Uhrzeitskala auf der Deckscheibe ausreichen, wenn wir diese Zeit immer einfach zur Verfügung hätten.

Da unser Leben dem Tag-Nacht-Rhythmus des Sonnentages gehorcht, nutzen wir die Sonnenzeit. Im Gegensatz zum (beinahe) festen Frühlingspunkt verändert sich der Ort der Sonne am Sternenhimmel, bedingt durch den Umlauf der Erde um die Sonne. Für eine volle Umdrehung relativ zur Sonne dreht sich die Erde um ca. 361° relativ zum Sternenhimmel. Der Anblick des Sternenhimmels zu einer bestimmten Uhrzeit (Sonnenzeit) wird sich also von Sonntag zu Sonntag verschieben (im Osten tauchen neue Objekte auf, im Westen sind welche verschwunden) bzw. die Zeit des gleichen Anblicks rückt um $4\text{min}/\text{Tag}$ ($1^\circ/\text{Tag}$) zurück. Zur Angabe des Bezugspunktes Sonne wird eine zweite Skala - die Datumsskala auf der Grundscheibe - benötigt.

An dieser Stelle sei erwähnt, dass mit dem Bezugspunkt Sonne nicht die reale (wahre) Sonne gemeint ist, sondern eine fiktive (mittlere) Sonne, die mit dem (beinahe) gleichmäßigen Gang der Sternzeit konform läuft.

Zusammenfassend kann man erst einmal feststellen, dass die scheinbare tägliche Bewegung des Sternenhimmels mittels der Deckscheibe simuliert wird und durch die Uhrzeitskala die Verdrehung zur Grundscheibe eingestellt wird. Die scheinbare jährliche Bewegung der Sonne macht eine Datumsskala auf der Grundscheibe notwendig.

Die Uhrzeitskala auf der drehbaren Deckscheibe wird entlang dem Himmelsäquator, bzw. einem dazu parallelen Breitenkreis angebracht. Der 0-h-Punkt liegt im Norden (Ort der mittleren Sonne im Horizontsystem zur Mitternacht). Die Skala folgt der scheinbaren täglichen Bewegung der mittleren Sonne von Ost nach West. Auch die Datumsskala wird entlang dem Himmelsäquator, bzw. einem dazu parallelen Breitenkreis angebracht. Die Skala folgt der scheinbaren jährlichen Bewegung der mittleren Sonne durch den Sternenhimmel. Die exakte Festlegung der Skala am Gang der mittleren Sonne ist aber praktisch nicht zu bewerkstelligen, weil die Erde nicht jedes Jahr zum gleichen Zeitpunkt die gleiche Position auf ihrer Bahn um die Sonne innehat. Das tropische Jahr zählt $365,2422$ mittlere Sonnentage. Im bürgerlichen Leben wird die sich aufsummierende Verschiebung durch die Schaltregel wieder wettgemacht. Die Abweichungen können im Rahmen der Genauigkeit der Sternkarte vernachlässigt werden. Die Teilung der Datumsskala kann, vom Frühlingspunkt ($\alpha = 0^h \rightarrow 21.3.$) ausgehend, in 365 äquidistanten Tagesschritten vorgenommen werden.

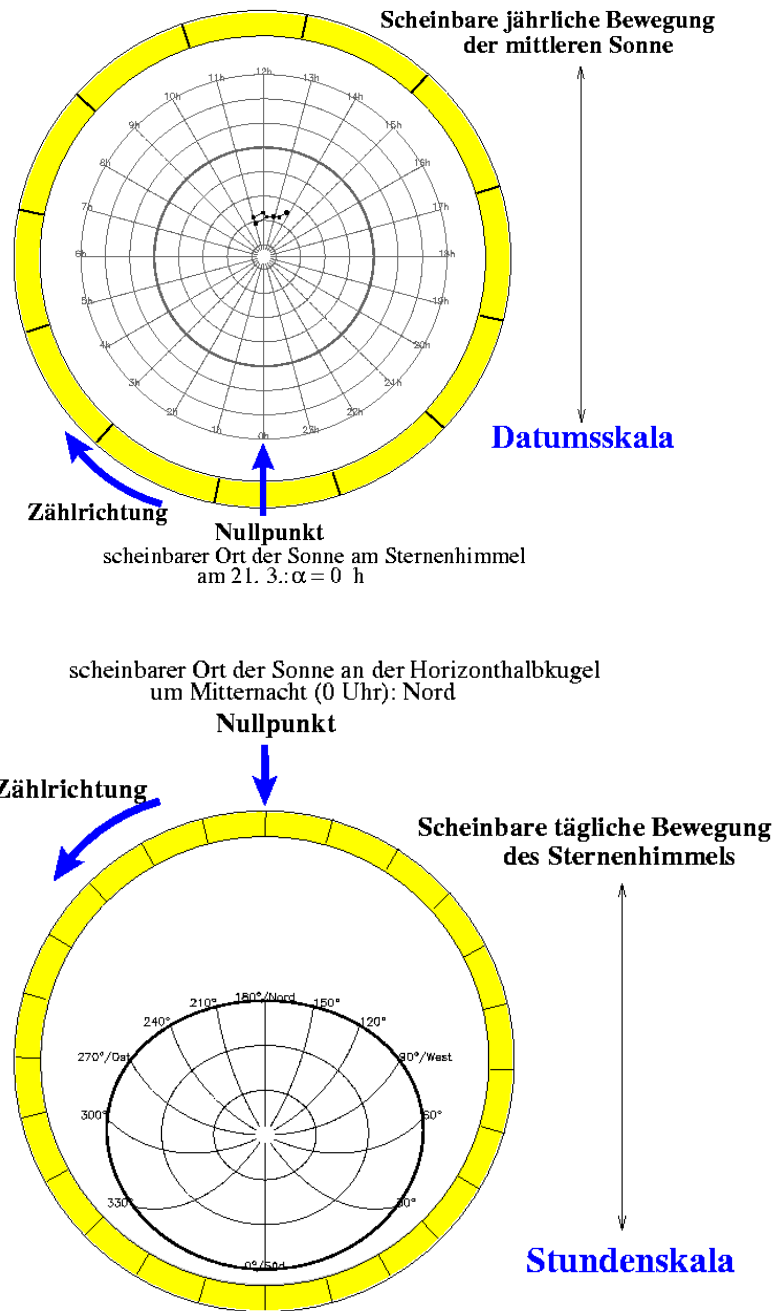


Abbildung 5: Für die Skalengestaltung der drehbaren Sternkarte sind Nullpunkt und Zählrichtung zu bestimmen. Die Zählrichtungen der Skalen resultieren aus den Richtungen der scheinbaren täglichen Drehung des Himmels und aus der scheinbaren jährlichen Bewegung der Sonne durch den Tierkreis.

Wenn der Beobachtungsort nicht auf dem Bezugsmeridian der Zeitzone liegt, macht man einen Fehler bei der Einstellung, der maximal bei $7,5^\circ$ betragen kann (Längenunterschied). Orientiert man sich für die Uhrzeiteinstellung an der Position der (mittleren) Sonne am Beobachtungsort (Ortszeit), so kann die Karte auch exakt eingestellt werden. Dieser Fehler kann korrigiert werden, indem man die Längendifferenz $\Delta\lambda$ in

eine Zeitdifferenz umrechnet und diese Differenz bei der Einstellung berücksichtigt. Für östlich vom Bezugslängengrad liegende Beobachtungsorte läuft die mittlere Sonne eher durch den Meridian - anstatt der Zeit t ist die Zeit $t + (\Delta\lambda \cdot 4\text{min}/^\circ)$ einzustellen. Für westlich vom Bezugslängengrad liegende Beobachtungsorte läuft die mittlere Sonne später durch den Meridian - anstatt der Zeit t ist hier die Zeit $t - (\Delta\lambda \cdot 4\text{min}/^\circ)$ einzustellen. Eine andere Möglichkeit zur Behebung des Fehlers besteht darin, die Uhrzeitskala von vornherein entsprechend verschoben, angepasst an den Längengrad des Beobachtungsortes, anzubringen.

Eine für einen bestimmten Breitengrad erstellte drehbare Sternkarte gilt hinsichtlich des beobachtbaren Sternenhimmels für jeden Ort der Erde mit der gleichen Breite. Hinsichtlich des Längengrades ist die Karte dann wieder exakt gültig, wenn sich die Länge des Beobachtungsortes um 15° von der Länge unterscheidet, für die die Zeitskala der drehbaren Sternkarte berechnet wurde.

Abschließend soll die Vielzahl der möglichen Anwendungen der drehbaren Sternkarte genannt werden:

- Zeigen von gedachten Linien und Punkten am Sternenhimmel,
- Zeigen des zirkumpolaren Bereiches und der jahreszeitlichen Bereiche des Sternenhimmels,
- Zeigen der jahreszeitlichen Variation der Lage der Ekliptik und der dort befindlichen Objekte (Sonne, Planeten, Mond, ...) über dem Horizont,
- Aufsuchen von Objekten am Sternenhimmel,
- Demonstration der scheinbaren täglichen Bewegung des Sternenhimmels,
- Verfolgen der scheinbaren jährlichen Bewegung der Sonne,
- Verfolgen der wahren Bewegung von Mond und Planeten,
- Bestimmung von Koordinaten des Äquator- und des Horizontsystems und Koordinatentransformation ($\alpha, \tau, \delta \rightarrow a, h$) im Sinne einer analogen Rechenmaschine,
- Bestimmung von Auf- und Untergangszeiten von Gestirnen,
- Bestimmung von Sonnenzeit und Sternzeit, Aufzeigen des Unterschieds Sonnentag-Sterntag.

Quellen

- [1] Barth, E. R.: Für Kopf und Herz. Versuch zur Anregung einer nach psychologischen Stufen aufgebauten Kinderastronomie für den Volksschulunterricht, sowie eine Anleitung zum Selbstunterricht in den astronomischen Grundwahrheiten, Dieterich'sche Verlagsbuchhandlung, Leipzig, 1909
- [2] Bretterbauer, K.: Die Himmelsphäre eben dargestellt, Sterne & Weltraum, Heft 3, 2001, S. 276
- [3] Bürgel, B. H.: Aus fernen Welten, Deutscher Verlag, Berlin, 1939
- [4] Dagajev, M. M.: Nabljudenia swesdnowo neba, Moskau, Verlag nauka, 1983
- [5] Fischer, O.: Brücken zur Erkenntnis, Astronomie+Raumfahrt im Unterricht, 37, 2000, Heft 2, S. 39
- [6] Klose, P. O. C.: Wie erstellt man Sternkarten? Astronomie+Raumfahrt im Unterricht, 34, 1997, Heft 6, S. 43
- [7] Meureres, J.: Astronomische Experimente, Akademie-Verlag, Berlin, 1956

