LÖSUNGEN

Teilbarkeit und Teilbarkeitsregeln: Wiederholung

Definition „Teilbarkeit“

Eine natürliche Zahl n ist durch eine natürliche Zahl t teilbar, wenn es eine natürliche Zahl k gibt, so dass $n = t \cdot k$ (Das heißt auch, dass die Division n : t keinen Rest ergibt).

Beispiele: 35 ist durch 7 teilbar, da $35 = 7 \cdot 5$. Hier ist n = 35, t = 7 und k = 5 .
51 ist durch 17 teilbar, da $51 = 17 \cdot 3$. Hier ist n = 51, t = 17 und k = 3 .

Aufträge:

1. *THINK-PAIR-SHARE:* ***LÖSUNGEN auf AB (s.u.)***

   a.) Um die Teilbarkeit einer beliebigen natürlichen Zahl durch die Zahlen 2, 3, 5, 6, 9 und 10 zu untersuchen, hast du bereits Regeln kennen gelernt. Versuche dich zunächst in Stillarbeit an diese Regeln zu erinnern und schreibe alle, die du noch kennst, auf das dafür beigefügte Arbeitsblatt. Nach 5 Minuten darfst du dich leise mit deinem Nachbarn austauschen und ihr könnt eure Regeln gegenseitig korrigieren und ergänzen.

   b.) Manche der Regeln kann man in eine der beiden Kategorien „Endstellenregel“ und „Quersummenregel“ klassifizieren. Ordne die Regeln aus a.) wenn möglich zu und begründe deine Zuordnung.

   Begründungsbeispiel: Die Regel „durch 2“ betrachtet nur die letzte Ziffer, die auch als Endstelle bezeichnet wird. Daher ist dies eine Endstellenregel.

LÖSUNGEN

AB zu Aufgabe 1.

Teilbarkeit und Teilbarkeitsregeln: Wiederholung

Teilbarkeit durch 2: ENDSTELLENREGEL
Eine natürliche Zahl n ist genau dann durch 2 teilbar, wenn ***sie auf einer geraden Ziffer endet, also auf 0, 2, 4, 6 oder 8.***

Teilbarkeit durch 3: QUERSUMMENREGEL
Eine natürliche Zahl n ist genau dann durch 3 teilbar, wenn ***ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.***

Teilbarkeit durch 5: ENDSTELLENREGEL
Eine natürliche Zahl n ist genau dann durch 5 teilbar, wenn ***sie mit der Ziffer 5 oder mit der Ziffer 0 endet.***

Teilbarkeit durch 6: „Kombination“ aus Quersummen und Endstellenregel
Eine natürliche Zahl n ist genau dann durch 6 teilbar, wenn ***sie durch 2 <u>und</u> durch 3 teilbar ist.***

Teilbarkeit durch 9: QUERSUMMENREGEL
Eine natürliche Zahl n ist genau dann durch 9 teilbar, wenn ***ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.***

Teilbarkeit durch 10: ENDSTELLENREGEL
Eine natürliche Zahl n ist genau dann durch 10 teilbar, wenn ***ihre Endziffer die Ziffer 0 ist.***

LÖSUNGEN

2. *a.) Untersuche mithilfe der Regeln die folgenden Zahlen auf die Teilbarkeit durch die Zahlen 2, 3, 5, 6, 9 und 10: 60 123 456 654 321 65 433 456*

Teiler von 60 sind 2, 3, 5, 6 und 10,

Teiler von 123 456 sind 2, 3, 6

Teiler von 654 321 ist 3

Teiler von 65 433 456 sind 2, 3, 6 und 9

b.) a und b sind frei wählbare Ziffern (also zwischen 0 und 9). Gib jeweils mindestens eine Möglichkeit für die Ziffern a und b so an, dass die Zahl 125 a3b

→ durch 2 teilbar ist: ***a kann jede Ziffer sein (also 0 bis 9), b kann jede gerade Ziffer sein, also 0, 2, 4, 6 oder 8.***

→ durch 3 teilbar ist: ***Die Quersumme ist 11+a+b. Wenn die Summe a+b muss geteilt durch 3 den Rest 1 ergibt, dann ergänzt der Rest 1 die 11 in der Quersumme zur 12. Dadurch ist die gesamte Quersumme durch 3 teilbar. Möglich sind also die Kombinationen (dabei ist beliebig, welche Ziffer jeweils a und welche b ist): 0 und 1, 0 und 4, 0 und 7, 1 und 3, 1 und 6, 1 und 9, 2 und 2, 2 und 5, 2 und 8, 3 und 4, 3 und 7, 4 und 6, 4 und 9, 5 und 5, 5 und 8, 6 und 7, 7 und 9, 8 und 8.***

→ durch 6 teilbar ist ***alle Ziffern, die durch 2 und durch 3 teilbare Zahlen ergeben, also nur die Kombinationen aus „durch 3 teilbar“, bei denen b eine / die gerade Zahl der beiden Möglichkeiten ist: 0 und 1, 0 und 4, 0 und 7, 1 und 6, 2 und 2, 2 und 5, 2 und 8, 3 und 4, 4 und 6, 4 und 9, 5 und 8, 6 und 7, 8 und 8.***

→ durch 9 teilbar ist: ***Die Quersumme ist 11+a+b. Die Summe a+b muss somit geteilt durch 9 den Rest 7 ergeben: 0 und 7, 1 und 6, 2 und 5, 3 und 4, 7 und 9, 8 und 8***

→ durch 5 und durch 3 teilbar ist: ***alle Ziffern, die durch 3 teilbare Zahlen mit der Endziffer 5 oder 0 ergeben. Es muss also b=5 oder b=0 sein. Verbleiben die Kombinationen für a und b: 1 und 0; 4 und 0; 7 und 0; 5 und 2; 5 und 5; 8 und 5.***

LÖSUNGEN

3. *Die Zahlen a, b und t seien natürliche Zahlen. Formuliere zunächst ein paar konkrete Zahlenbeispiele für die folgenden Sätze zur Teilbarkeit. Begründe die Sätze dann mithilfe der (oben stehenden) Definition. Es liegen Hilfekärtchen bereit, wenn du nicht weiterkommst.*

   a.) Satz 1:
   a.) Wenn sowohl a als auch b durch t teilbar sind, dann ist auch a + b durch t teilbar.
   b.) Wenn a durch t teilbar ist und b nicht, dann ist a + b nicht durch t teilbar.

   b.) Satz 2:
   Wenn a oder b durch t teilbar ist, dann ist auch $a \cdot b$ durch t teilbar.

zu 1a.) z.B. 12 + 16: 12 ist durch 4 teilbar, 16 auch, 12 + 16 = 28 ebenfalls.

a ist durch t teilbar, also a = k · t

b ist durch t teilbar, also b = g · t

Somit ist a + b = k · t + g · t = (k + g) · t

Da k + g eine natürliche Zahl ist, ist die Definition „Teilbar durch t“ für die Summe a + b erfüllt.

zu 1b.) z.B. 12 ist durch 4 teilbar, 7 nicht, 12 + 7 = 19 ist nicht durch 4 teilbar.

a ist durch t teilbar, also a = k · t

b ist nicht durch t teilbar, also b = g · t + x, wobei 0 < x < t (x ist der Rest).

a + b = k · t + g · t + x = (k + g) · t + x , bei Division mit t ergibt sich der Rest 0 < x < t, also ist a + b nicht durch t teilbar.

zu 2.) z.B. 12 ist durch 4 teilbar, 7 nicht, 12 ·* 7 = 84 ist durch 4 teilbar.

a ist durch t teilbar, also a = k · t

b ist eine beliebige natürliche Zahl.

a + b = k · t · b = (k · b) · t . Da k · b eine natürliche Zahl ist, ist die Teilbarkeitsdefinition „durch t“ für das Produkt erfüllt.

LÖSUNGEN

4. *a.) Überprüfe ohne Taschenrechner, ob die folgenden Summen jeweils durch 3 teilbar sind. Benenne und erkläre: In welchen Fällen nützt dir Satz 1 aus 3a.) etwas, wann nicht?*

   7 + 6   7 + 5   10 + 4   10 + 5   10 + 6   33 + 45   32 + 46   346 776 + 943 662

   1 111 + 2 222

   Satz 1 kann dann nichts aussagen, wenn beide Summanden nicht durch 3 teilbar sind, also bei 7 + 5, 10 + 4, 10 + 5, 32 + 46 und 1 111 + 2 222.

   Durch 3 teilbar sind: 7 + 5, 10 + 5, 33 + 45, 32 + 46, 346 776 + 943 662 und 1 111 + 2 222,

   die anderen entsprechend nicht.

   b.) Überprüfe, ob die folgenden Produkte jeweils durch 9 teilbar sind, Benenne und erkläre: In welchen Fällen nützt dir Satz 2 aus 3a.) etwas, wann nicht?

   $27 \cdot 17$ $621 \cdot 18$ $4 \cdot 15$ $6 \cdot 15$ $346776 \cdot 943662$

   Satz 2 nützt immer dann, wenn mindestens ein Faktor durch 9 teilbar ist, also bei $27 \cdot 17$ ***und*** $621 \cdot 18$ ***.***
   Sobald beide Faktoren nicht durch 9 teilbar sind, kann das Produkt nur dann durch 9 teilbar sein , wenn beide Faktoren jeweils durch 3 teilbar sind, wie bei $6 \cdot 15$ ***und bei*** $346776 \cdot 943662$ ***. Ansonsten nicht, wie bei*** $4 \cdot 15$ ***. Dies wird aber durch Satz 2 nicht abgedeckt.***

LÖSUNGEN

Teilbarkeit und Teilbarkeitsregeln: Weitere Endstellen- und Quersummenregeln

Aufträge in Stillarbeit:

1. *Begründe die 5er-Regel. Es liegen Hilfekärtchen bereit, wenn du nicht weiterkommst.*

   Jede Zahl lässt sich zerlegen in eine Summe aus ihren „Einern" und dem Rest, z.B. 123 = 3 + 120. Der Rest ist auf jeden Fall ein Vielfaches von 10 und somit durch 5 teilbar. Somit folgt aus Satz 1, dass die Zahl nur dann durch 5 teilbar ist, wenn die „Einer" es sind, also nur bei den „Einern" 0 oder 5. Die „Einer" entsprechen aber der letzten Ziffer der Zahl, wodurch die Endstellenregel begründet ist.

2. *Formuliere die Endstellenregel zur Teilbarkeit durch 100 und begründe sie.*

   Die Teilbarkeitsregel durch 100 ist eine Endstellenregel über die beiden letzten Stellen: Eine Zahl ist genau dann durch 100 teilbar, wenn ihre letzten beiden Ziffern beide 0 sind. Die Begründung verläuft wie die Begründung der 5er-Regel, man trennt aber in eine Summe aus einer Zahl, die aus den letzten beiden Ziffern entsteht (also zwischen 0 und 99 liegt) und einer Zahl, die nur ganzzahlig viele 100er beinhaltet. Letztere ist durch 100 teilbar, somit ist die Summe nur bei der ersten Zahl 0 (die aus den Ziffern 00 entsteht) durch 100 teilbar.

3. *Auch die Teilbarkeit durch 4 lässt sich mithilfe einer Endstellenregel, die auf den letzten beiden Ziffern beruht, prüfen. Formuliere und begründe sie.*

   Eine Zahl ist durch 4 teilbar, wenn die aus ihren letzten beiden Ziffern gebildete Zahl durch 4 teilbar ist.

   Begründung: Auch hier trennt man in die letzten beiden Ziffern und eine „Hunderterzahl". Da die „Hunderterzahl" durch 4 teilbar ist, ist die Summe durch 4 teilbar, wenn die Zahl, die aus den letzten beiden Ziffern entsteht, durch 4 teilbar ist.

4. *Finde die Regel zur Teilbarkeit durch 8, formuliere und *begründe sie.*

   Eine Zahl ist durch 8 teilbar, wenn die aus ihren letzten drei Ziffern gebildete Zahl durch 8 teilbar ist.

   Begründung: Da 8 nicht jeder „Zehnerzahl" und nicht jeder „Hunderterzahl" teilt, reichen zwei Stellen nicht aus. 8 teilt aber jeder „Tausenderzahl"! Deshalb bildet man auch hier wieder eine Summe aus der Zahl, die aus den letzten drei Ziffern gebildet wird, und dem Rest, der dann eine aus ganzzahligen 1000ern bestehende Zahl ist. Letztere ist durch 8 teilbar, also ist die Summe durch 8 teilbar, wenn es die Zahl aus den letzten drei Ziffern ist.

   Beispiel: 53 248 = 53 000 + 248. In die 53 000 passt die 8, da dies eine „Tausenderzahl" ist. Nun muss noch die 248 geprüft werden. Da 248 : 8 = 36 ist auch die 53 248 durch 8 teilbar.

LÖSUNGEN

Quersummenregeln

Die Begründung für die Teilbarkeiten mit Quersummenregeln lassen sich am besten an Beispielen durchführen. Wichtig dabei ist es, dass die Vorgehensweise allgemeingültig ist, d.h. an jeder Zahl möglich wäre, also nicht nur am gewählten Beispiel.

Aufträge in Partnerarbeit:

5. *Ihr erhaltet eine Begründung für die 9er-Regel.*
   a.) Lest die Regel durch und besprecht sie so, dass ihr jeden Schritt erklären könnt.
   b.) Begründet die 3er-Regel auf die gleiche Art.

Wenn wir die Teilbarkeit z.B. der Zahl 4257 durch 3 prüfen möchten, dann können wir sie folgendermaßen umformen: $4257 = 4 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 7$ **.**

Das hilft noch nicht ganz, lässt sich aber noch weiter umformen:

$4257 = 4 \cdot (999 + 1) + 2 \cdot (99 + 1) + 5 \cdot (9 + 1) + 7$ ***, bzw.***

$$\begin{aligned} 4257 &= 4 \cdot 3 \cdot 333 + 4 \cdot 1 + 2 \cdot 3 \cdot 33 + 2 \cdot 1 + 5 \cdot 3 \cdot 3 + 5 \cdot 1 + 7 \\ &= 4 \cdot 333 \cdot 3 + 2 \cdot 33 \cdot 3 + 5 \cdot 3 \cdot 3 + 4 + 2 + 5 + 7 \\ &= (4 \cdot 333 + 2 \cdot 33 + 5 \cdot 3) \cdot \mathbf{3} + (4 + 2 + 5 + 7) \end{aligned}$$

Der vordere Summand besteht aus einer Klammer (die eine natürliche Zahl ergibt) und dem Faktor 3. Damit ist dieser Summand laut Definition der Teilbarkeit durch 3 teilbar.

Die Summe aus diesem „vorderen" Teil und der hinteren Klammer ist dann wegen Satz 1 (a und b) durch 3 teilbar, wenn die hintere Klammer durch 3 teilbar ist und sie ist nicht durch 3 teilbar, wenn die hintere Klammer nicht durch 3 teilbar ist. Die hintere Klammer ist aber genau die Quersumme der Zahl, dies liefert die Quersummenregel.

LÖSUNGEN

6. *Für die Teilbarkeit durch 11 gibt es eine sogenannte „alternierende Quersummenregel“. Dazu zieht man von der Quersumme aus allen Ziffern, die an einer ungeraden Stelle stehen, die Quersumme aus allen Ziffern an geraden Stellen ab. Zum Beispiel betrachtet man für die Zahl 645 738 die Differenz von 4 + 7 + 8 und 6 + 5 + 3.*

   a.) Führt dies für viele Zahlen durch – sowohl durch 11 teilbare, als auch nicht durch 11 teilbare (WTR ist dabei erlaubt). Betrachtet die so gebildeten Differenzen und stellt eine Regel für die Teilbarkeit durch 11 auf.

Beispiele: ***Durch 11 teilbar:***

121: ***1 + 1 = 2 2 – 2 = 0***

85976: ***6 + 9 + 8 = 23 7 + 5 = 12 23 – 12 = 11***

2 538 514: ***4 + 5 + 3 + 2 = 14 1 + 8 + 5 = 14 14 – 14 = 0***

Nicht durch 11 teilbar:

111: 1 + 1 = 2 2 – 1 = 1

1788: 8 + 7 = 15 8 + 1 = 9 15 – 9 = 6

2 314 523: 3 + 5 + 1 + 2 = 11 2 + 4 + 3 = 9 11 – 9 = 2

Regel: Eine Zahl ist genau dann durch 11 teilbar, wenn die Differenz aus der Summe der Ziffern an ungeraden Stellen und der Summe der Ziffern an geraden Stellen durch 11 teilbar ist.

Übrigens: Man nennt dies die alternierende Quersumme. Denn anstatt z.B. bei der Zahl 85 976 die beiden Summen wie oben zu bilden und dann voneinander abzuziehen, kann man auch mit alternierendem Rechenzeichen so vorgehen:

8 – 5 + 9 – 7 + 6 = 11

c.) Es gilt:* $10=11-\mathbf{1}$, $100=99+1=9\cdot 11\mathbf{+1}$, $1000=1001-1=91\cdot 11\mathbf{-1}$, $10\,000=9999+1=909\cdot 11\mathbf{+1}$. *Begründet die Teilbarkeitsregel aus a.) mithilfe der Sätze 1 und 2 an geeigneten Aufspaltungen mit den Beispielzahlen 90 981 und 53 211.*

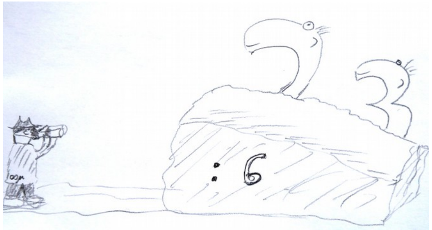
Man erkennt an den Auteilungen, dass in der jeweils letzten Zeile die Summanden, die nicht fettformatiert sind, stets den Faktor 11 beinhalten und somit auch als Gesamtsumme aus selbigen) durch 11 teilbar sind. Die fett formatierten Summanden bleiben „übrig“, aus ihnen kann man wieder eine Summe bilden. Sie entspricht der alternierenden Quersumme. Wenn sie nun ebenfalls durch 11 teilbar ist, dann ist die gesamte Zahl durch 11 teilbar, ansonsten nicht.

$$
\begin{aligned}
90\,981 &= 9\cdot(9999+1)+0\cdot(1001-1)+9\cdot(99+1)+8\cdot(11-1)+1\\
&= 9\cdot(909\cdot 11+1)+0\cdot(91\cdot 11-1)+9\cdot(9\cdot 11+1)+8\cdot(11-1)+1\\
&= 9\cdot 909\cdot 11\,\mathbf{+9\cdot 1}+0\cdot 91\cdot 11\,\mathbf{-0\cdot 1}+9\cdot 9\cdot 11\,\mathbf{+9\cdot 1}+8\cdot 11\,\mathbf{-8\cdot 1+1}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
53\,211 &= 5\cdot(9999+1)+3\cdot(1001-1)+2\cdot(99+1)+1\cdot(11-1)+1\\
&= 5\cdot(909\cdot 11+1)+3\cdot(91\cdot 11-1)+2\cdot(9\cdot 11+1)+1\cdot(11-1)+1\\
&= 5\cdot 909\cdot 11\,\mathbf{+5\cdot 1}+3\cdot 91\cdot 11\,\mathbf{-3\cdot 1}+2\cdot 9\cdot 11\,\mathbf{+2\cdot 1}+1\cdot 11\,\mathbf{-1\cdot 1+1}
\end{aligned}
$$

LÖSUNGEN

Teilbarkeit und Teilbarkeitsregeln: Summen und Produkte



Die Teilbarkeitsregel zum Teiler 6 ist ja eigentlich keine eigene Regel, sondern nutzt aus, dass in der 6 die Teiler 2 und 3 „versteckt" sind. Solche Verstecke wecken natürlich das Interesse unserer Agenten. Leider sind aber nicht alle Aussagen damit richtig. Kannst du ihnen helfen, die richtigen Aussagen herauszufinden?

Deine Aufträge:

1. *a.) Von den folgenden Aussagen sind manche richtig, manche falsch. Widerlege jede der falschen Aussagen durch ein Gegenbeispiel.*
   - A. *Eine Zahl ist durch 15 teilbar, wenn sie durch 3 und durch 5 teilbar ist.*
     RICHTIG
   - B. *Eine Zahl ist durch 8 teilbar, wenn sie durch 2 und durch 4 teilbar ist.*
     FALSCH, z.B. die 12 ist durch 2 und durch 4, nicht aber durch 8 teilbar.
   - C. *Eine Zahl ist durch 12 teilbar, wenn sie durch 3 und durch 4 teilbar ist.*
     RICHTIG
   - D. *Eine Zahl ist durch 12 teilbar, wenn sie durch 2 und durch 6 teilbar ist.*
     FALSCH, z.B. die 18 ist durch 2 und durch 6 teilbar, nicht aber durch 12.
   - E. *Eine Zahl ist durch 18 teilbar, wenn sie durch 3 und durch 6 teilbar ist.*
     Falsch, z.B. die 12 ist durch 3 und 6 teilbar, nicht aber durch 18
   - F. *Eine Zahl ist durch 18 teilbar, wenn sie durch 2 und durch 9 teilbar ist.*
     RICHTIG
   - G. *Eine Zahl ist durch 30 teilbar, wenn sie durch 6 und durch 5 teilbar ist.*
     RICHTIG
   - H. *Eine Zahl ist durch 30 teilbar, wenn sie durch 10 und durch 3 teilbar ist.*
     RICHTIG

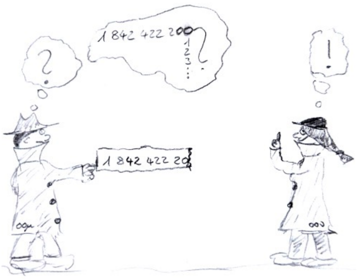
   b.) Betrachte die übrigen, richtigen Aussagen und vergleiche sie mit den falschen. Beschreibe, in welchen Fällen diese Art von Regelsystematik funktioniert.
   Die Regelsystematik funktioniert, wenn die beiden zu prüfenden Teilbarkeiten keine gemeinsamen Teiler (außer der Zahl 1) haben.

   c.) Die richtigen Regeln aus a.) kannst du nun verwenden. Beschreibe mit ihrer Hilfe weitere Regeln, zum Beispiel wann eine Zahl durch 60 teilbar ist.*
   Eine Zahl ist durch 60 teilbar, wenn sie durch 4 und durch 15 teilbar ist.
   (oder durch 5 und durch 12)

2. *Von einer Zahl x ist nur bekannt, dass sie durch 24 teilbar ist. Welche anderen Teiler von x kannst du daraus ableiten? Schreibe so viele wie möglich auf.*
   Weitere Teiler sind alle Teiler der Zahl 24, also 1, 2, 3, 4, 6, 8 und 12.

LÖSUNGEN

3. *a.) Agent Mü kennt eine schöne Primzahl: Die 102 356 789. Wenn man diese rückwärts betrachtet, ergibt sich ebenfalls eine Primzahl, nämlich 987 653 201. Solche Zahlen nennt man MIRP-Zahlen – weshalb wohl[1]? Aber Agent Mü hat ein ganz anderes Problem: Er hat 102 356 789 mit 18 multipliziert und das Ergebnis aufgeschrieben. Leider fehlt die letzte Ziffer auf seinem Blatt. Agentin Nü hat zwar keinen Taschenrechner zur Hand, aber eine Idee: „Wir wissen doch, dass eine Zahl die durch 18 teilbar ist, sowohl durch 2, als auch durch 9 teilbar ist. Damit ist die Sache doch klar.“ Was meint sie damit? Erkläre ihre Idee und führe sie durch, um die letzte Ziffer zu bestimmen. Die Zahl lautet – bis auf die letzte Ziffer – 1 842 422 20_ .*



***Teilbarkeit durch 2** (diese Überlegung ist zur Lösung letztlich unnötig, geht aber sekundenschnell):*

Die letzte Ziffer muss gerade sein, also fallen die Ziffern 1, 3, 5, 7 und 9 raus.

Teilbarkeit durch 9:

Die Quersumme muss durch 9 teilbar sein, sie beträgt 25 + x. Somit kann die Endziffer x nur die 2 sein.

b.) Wieder ist die letzte Ziffer verloren gegangen. Dieses Mal wurde 2^{36} berechnet. Bekannt ist nur noch: 2^{36} = 6871947673x. Welche der Ziffern 0 bis 9 kann x sein und welche nicht? Gib eine begründete Aussage über möglichst viele der zehn Möglichkeiten an.

2^{36} → Direkt ersichtlich ist: Die Zahl muss durch 2 teilbar sein. Also kann x nur 0, 2, 4, 6 oder 8 sein.

Die folgenden beiden weiteren Lösungswege setzen ein intuitives Verständnis für die Potenzrechengesetze voraus. Man kann aber auch durch die Schreibweise aus der geschriebenen Multiplikation aus 36 Faktoren „2“, die man in 18 „Zweiergrüppchen“ zu 18 Faktoren „4“ bündelt. Dies ist sicherlich nur in einer geführten Plenumsphase fragend-entwickelnd, oder von sehr leistungsstarken Schülerinnen und Schülern durchführbar.

$2^{36} = 4^{18}$ → Die Zahl muss durch 4 teilbar sein. Also muss die aus den letzten beiden Ziffern gebildete Zahl „3x“ durch 4 teilbar sein. Somit kann es nur die Ziffer 2 oder die 6 sein.

$2^{36} = 4^{18} = 8^9$ → Die Zahl muss durch 8 teilbar sein. Also muss die aus den letzten drei Ziffern gebildete Zahl „73x“ durch 8 teilbar sein Somit muss es die Ziffer 6 sein.

Alternativ kann man über die Zerlegung in Primfaktoren argumentieren:

$2^{36} = 2 \cdot 2^{35}$ → durch 2 teilbar.

$2^{36} = 2 \cdot 2 \cdot 2^{34} = 4 \cdot 2^{34}$ → durch 4 teilbar.

$2^{36} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2^{33} = 8 \cdot 2^{33}$ → durch 8 teilbar.

1 Es gibt auch deutlich kleinere Mirp-Zahlen, z.B. die 13 ↔ 31. Im Internet kannst du noch mehr davon finden.

LÖSUNGEN

c.) Die Multiplikation aller natürlichen Zahlen von einer Startzahl n absteigend bis zur 1 nennt man Fakultät und kürzt sie mit n! ab (sprich:" n Fakultät"). Zum Beispiel ist* $5!=5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=120$ *. Diese Zahlen werden schnell groß (z.B. 12! = 479 001 600). Ein WTR kann die Stellen schon bald nicht mehr vollständig anzeigen[1]. Finde dennoch die fehlenden Ziffern x und y der folgenden Gleichung heraus und erkläre deinen Lösungsweg:*
35! = 10 333 147 966 386 1x4 929 666 651 337 523 200 000 y00

Das Produkt 35! besteht aus 35 Faktoren. Sechs davon beinhalten den Faktor 5 einmal (5, 10, 15, 20, 30, 35), der Faktor 25 beinhaltet die 5 sogar zweimal. Somit ist der Faktor 5 achtmal im Produkt enthalten. Der Faktor 2 ist noch häufiger enthalten, sodass aus den acht 5ern und acht der 2er genau acht 10er-Faktoren entstehen. Somit muss die Zahl auf acht Nullen enden, y ist also 0.

Außerdem ist 35! durch alle Zahlen zwischen 1 und 35 teilbar. Darunter ist auch die 9, deren Teilbarkeitsregel sehr vielversprechend ist, da die Quersumme selten Spielraum für zwei verschiedene Ziffern belässt. Die 11er-Regel ist im Kopf sogar noch einfacher lösbar, da die alternierende Quersumme kleiner bleibt.

Bilder: Eigene

Begründung mit 9er-Regel: Quersumme ist 140 + x. Diese muss durch 9 teilbar sein, dass ist nur der Fall, wenn x den Wert 4 annimmt.

(wer geschickter vorgeht, addiert nicht alle Ziffern , sondern „ignoriert" 9er und „9er-Päckchen")

Begründung mit der 11er-Regel: Die alternierende Quersumme beträgt -4. Somit muss die fehlende Ziffer 4 sein.

1 Teste dies - auf den meisten Taschenrechnermodellen befindet sich die Fakultät-Funktion entweder direkt als Tastenbelegung oder in einem Menüunterpunkt, häufig mit *!* oder *x!* oder mit *fac* abgekürzt.