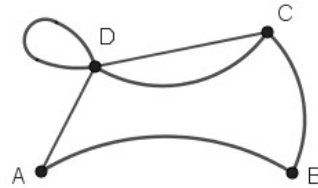




Ein Graph lässt sich gut mit einer Tabelle beschreiben. Das ist zwar nicht sehr anschaulich, bietet aber eine Reihe von anderen Vorteilen. Dabei gibt es verschiedene Möglichkeiten, wir beschränken uns auf sogenannte Nachbarschaftstabellen (\rightarrow „Adjazenzmatrizen“).

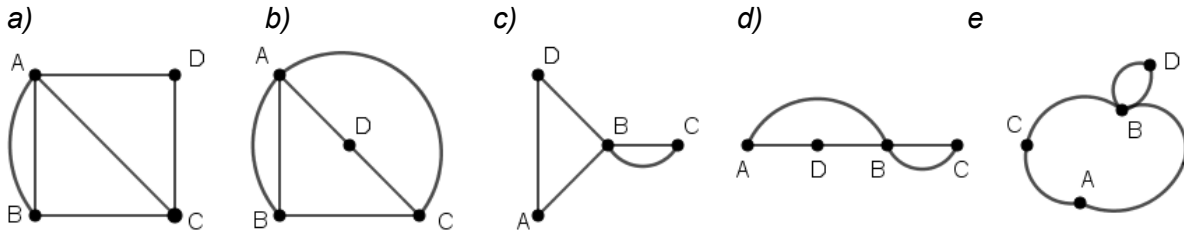
In jede Zeile wird eingetragen, durch wie viele Kanten die Knoten miteinander verbunden sind. Man sieht z.B. in der letzten Zeile rechts, wie viele Kanten vom Knoten D ausgehen. Von D zu A eine, zu B null, zu C zwei und zu D selbst eine.



	A	B	C	D
A	0	1	0	1
B	1	0	1	0
C	0	1	0	2
D	1	0	2	1

Hinweis: Eine Schlinge wie hier im Knoten D wird je nach Sichtweise und Anwendung einfach oder doppelt gezählt. Es ist zwar 1 Kante, sie erhöht aber die Ordnung (Anzahl der zusammentreffenden Kantenenden) des Knotens um 2.

1. Füllt die Nachbarschaftstabellen zu den folgenden Graphen aus:



	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

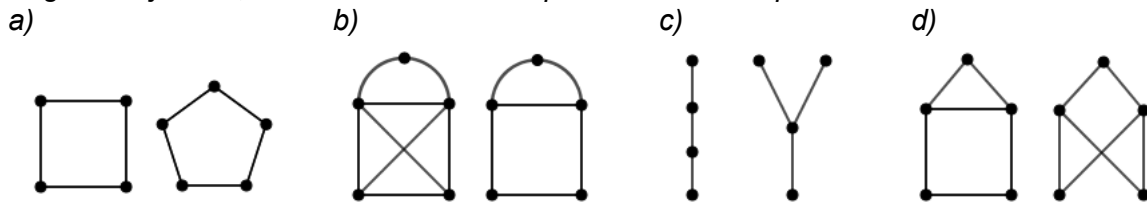
	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

Vergleicht Tabellen und Graphen. Fällt euch etwas auf?

2. Begründet jeweils, warum die beiden Graphen nicht isomorph sind:



3. Zeichnet zur abgebildeten Nachbarschaftstabelle mindestens zwei Graphen, die unterschiedlich aussehen, aber isomorph sind. Tauscht eure Hefte aus und vergleicht die Graphen.

	A	B	C	D
A	0	1	1	1
B	1	1	0	0
C	1	0	0	2
D	1	0	2	0

4. Betrachtet rückblickend Graphen und Tabellen auf diesem Blatt:
- Woran erkennt man in der Tabelle, ob es Schlingen gibt?
 - Woran sieht man, ob es ein einfacher oder ein Multigraph ist?
 - Wie kann man die Ordnung eines Knotens berechnen?
 - Woran erkennt man, ob zwei Graphen isomorph sind?



Lösungen

1. Nachbarschaftstabellen und isomorphe Graphen

a) b) c) d) e)

	A	B	C	D
A	0	2	1	1
B	2	0	1	0
C	1	1	0	1
D	1	0	1	0

	A	B	C	D
A	0	2	1	1
B	2	0	1	0
C	1	1	0	1
D	1	0	1	0

	A	B	C	D
A	0	1	0	1
B	1	0	2	1
C	0	2	0	0
D	1	1	0	0

	A	B	C	D
A	0	1	0	1
B	1	0	2	1
C	0	2	0	0
D	1	1	0	0

0	A	B	C	D
A	0	1	1	0
B	1	0	1	2
C	1	1	0	0
D	0	2	0	0

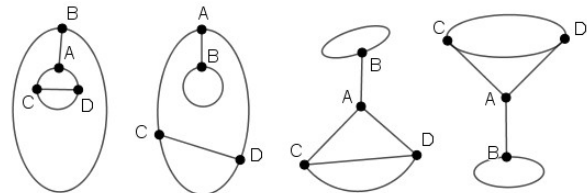
Die Tabellen von a) und b) sind identisch. Die beiden Graphen sind isomorph. Gleiches gilt für c) und d). **Wenn Graphen identische Nachbarschaftstabellen besitzen, so sind sie isomorph.** Dazu müssen die Knoten gleich benannt sein wie bei a) und b) bzw. c) und d). Achtung, die Umkehrung gilt nicht! **Wenn zwei Graphen isomorph sind, müssen sie nicht identische Nachbarschaftstabellen besitzen**, wie man bei d) und e) sieht. Es kommt auf die Bezeichnungen¹ der Knoten an. Bei e) erhält man durch „Umnummerierung“ der Knoten (Vertauschung der Namen von A und D) die gleiche Tabelle wie bei c) oder d).

2. Nicht isomorphe Graphen

- Anzahl der Knoten stimmt nicht überein.
- Anzahl der Kanten stimmt nicht überein.
- Knoten- und Kantenanzahl stimmt überein, aber die Ordnungen der Knoten nicht.
- Knoten- und Kantenanzahl und Ordnungen stimmen zwar überein, das Nachbarschaftsgefüge stimmt aber nicht. Es gibt vielfältige Begründungen: Man erkennt dies z.B. daran, dass die beiden Knoten mit Ordnung 3 links direkt verbunden sind, rechts aber nicht. Oder man betrachtet das Gefüge der Knoten mit Ordnung 2. Links sind zwei Knoten der Ordnung 2 Nachbarn (direkt durch eine Kante verbunden), rechts nicht. Oder man erkennt, dass links ein Hamiltonkreis existiert, rechts aber nicht.

3. Graphen zu Tabelle zeichnen

Rechts sind 4 mögliche isomorphe Graphen zu sehen, sicher sehen eure aber ganz anders aus, oder?



4. Reflexion

- Eine Schlinge erkennt man an einer 1 in der Diagonalen von links oben nach rechts unten.
- Wenn ein Eintrag größer als 1 ist, so sind die beiden beteiligten Knoten durch mehr als eine Kante verbunden, also liegt eine Mehrfachkante und damit ein Multigraph vor.
- Man summiert die Einträge in der entsprechenden Zeile oder Spalte. „Schlingeneinträge“ in der Diagonalen werden dabei doppelt gezählt, weil sie die Ordnung um 2 erhöhen.
- siehe Nr. 2, die Nachbarschaftsstruktur muss gleich sein, die äußere Form nicht.

¹ Statt „Bezeichnung“ verwendet man den englischen Begriff „label“. Bei einem *gelabelten* Graph kommt es auf die Bezeichnungsreihenfolge der Knoten an. Graphen sind meist *ungelabelt*, wenn nur die Struktur interessiert.