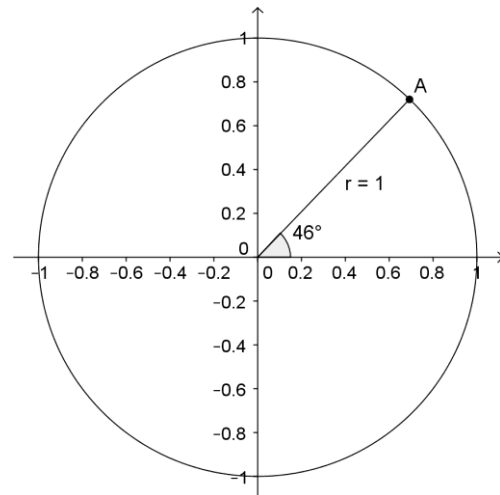


Sinus und Cosinus im Einheitskreis

Hinführung

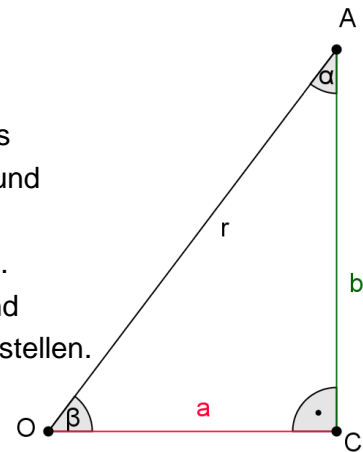
Ein Kreis, dessen Radius die Länge $r = 1$ LE hat, ist ein Einheitskreis. In einem kartesischen Koordinatensystem liegt sein Mittelpunkt im Ursprung.



Ein Winkel im Einheitskreis hat seinen Scheitelpunkt im Ursprung. Seine Schenkel sind die positive x-Achse und der Radius r .

Aufgabe 1

- Zeichne in die folgenden Diagramme jeweils ein rechtwinkliges Dreieck mit dem Punkt C auf der x-Achse, der Hypotenuse r und den Seiten a und b ein.
- Markiere die Seite b mit grüner und die Seite a mit roter Farbe.
- Berechne mit Hilfe der trigonometrischen Funktionen Sinus und Cosinus die Länge der Katheten a und b auf drei Nachkommastellen.
- Überprüfe jeweils, ob der Satz des Pythagoras erfüllt ist.



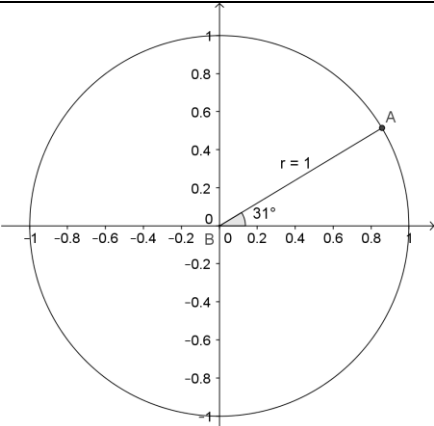
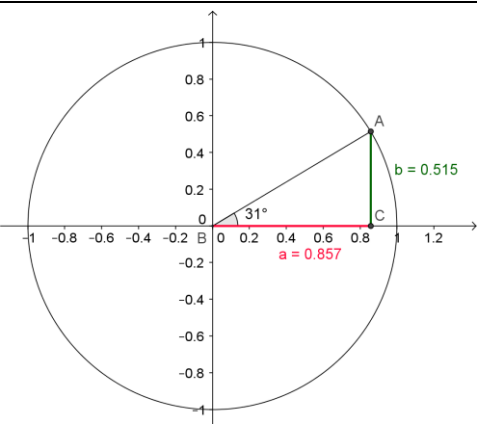
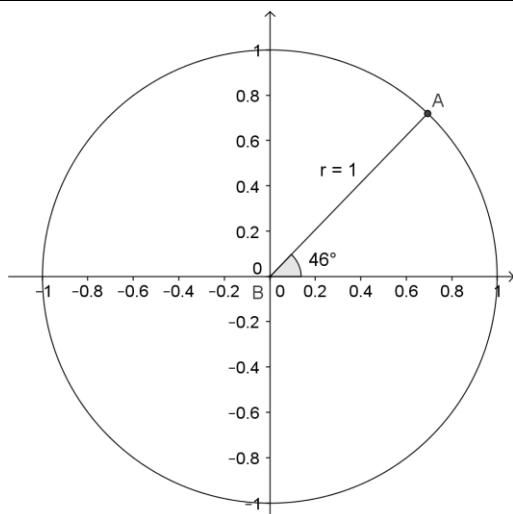
Beispielaufgabe	Lösung	
		$\beta = 31^\circ$
		$a = \cos(31^\circ) = 0,857$
		$b = \sin(31^\circ) = 0,515$
		$a^2 + b^2 = 1,000$

Diagramm 1



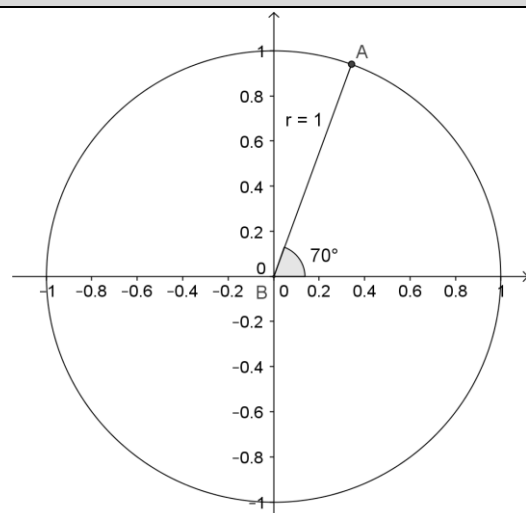
$\beta =$

$a =$

$b =$

$a^2 + b^2 =$

Diagramm 2



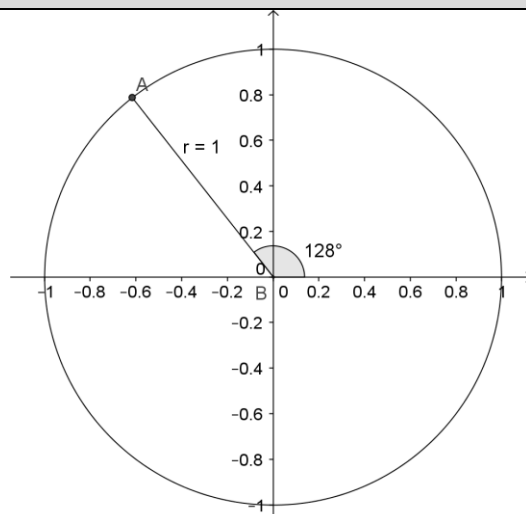
$\beta =$

$a =$

$b =$

$a^2 + b^2 =$

Diagramm 3



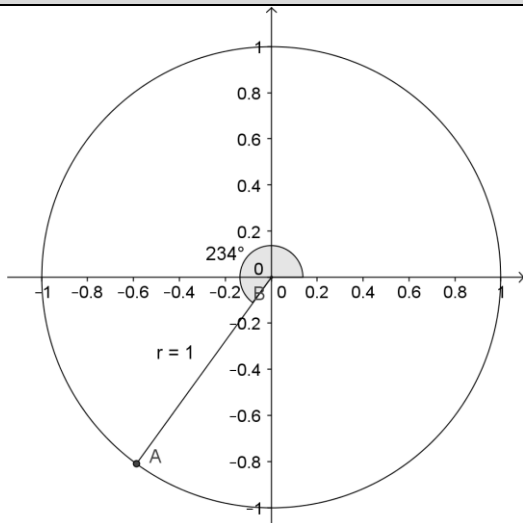
$\beta =$

$a =$

$b =$

$a^2 + b^2 =$

Diagramm 4



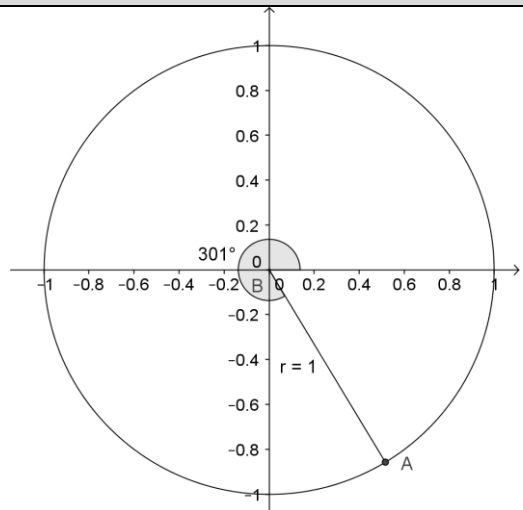
$\beta =$

$a =$

$b =$

$a^2 + b^2 =$

Diagramm 5



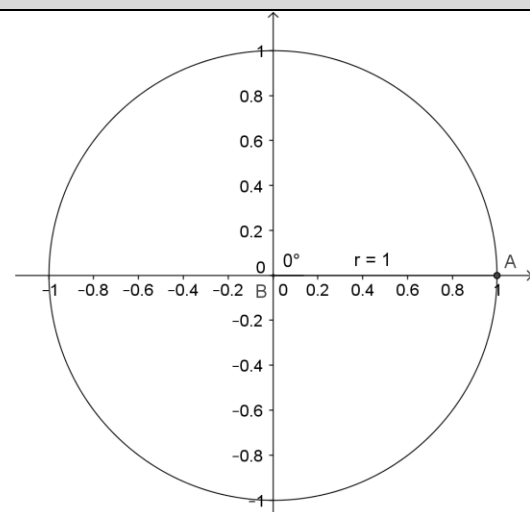
$\beta =$

$a =$

$b =$

$a^2 + b^2 =$

Diagramm 6



$\beta =$

$a =$

$b =$

$a^2 + b^2 =$

6BG	Klasse 10	Trigonometrie	Mathematik
-----	-----------	---------------	------------

Aufgabe 2

Nimm anhand der Ergebnisse aus Aufgabe 1 Stellung zu folgenden Aussagen:

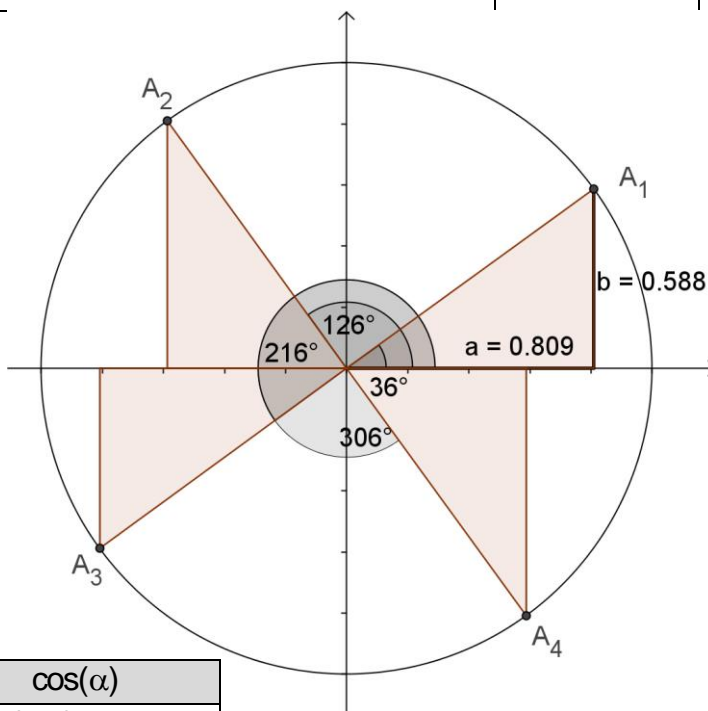
a) $(\sin(\beta))^2 + (\cos(\beta))^2 = 1$

b) Für $0 \leq \beta \leq 90^\circ$ gilt: $\cos(\beta) = \sin(90^\circ - \beta)$

c) $\tan(\beta) = \frac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)}$

Aufgabe 3

Um für $0 \leq \alpha \leq 360^\circ$ eine eindeutige Zuordnung zwischen Winkel und dem Sinus- bzw. Kosinuswert zu erhalten, berücksichtigt man das Vorzeichen.



So ergeben sich gemäß der nebenstehenden Abbildung folgende Werte:

Winkel α	$\sin(\alpha)$	$\cos(\alpha)$
36°	$\sin(36^\circ) = 0,588$	$\cos(36^\circ) = 0,809$
126°	$\sin(126^\circ) = 0,809$	$\cos(126^\circ) = -0,588$
216°	$\sin(216^\circ) = -0,588$	$\cos(216^\circ) = -0,809$
306°	$\sin(306^\circ) = -0,809$	$\cos(306^\circ) = 0,588$

Erstelle für die Sinusfunktion eine Wertetabelle. Nimm dazu die Werte aus Aufgabe 1 und berücksichtige dabei das jeweilige Vorzeichen. Ergänze durch weitere Werte, die du mit dem Taschenrechner bestimmst.

α	0°	46°	70°	128°	234°	301°
$\sin(\alpha)$						

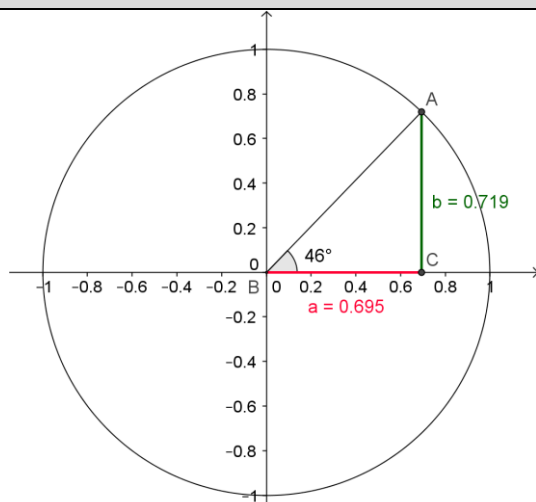
α	30°	60°	90°	120°	150°	180°
$\sin(\alpha)$						

α	210°	240°	270°	300°	330°	360°
$\sin(\alpha)$						

Zeichne zum Schluss den Graphen der Sinusfunktion für α mit $0 \leq \alpha \leq 360^\circ$.

Sinus und Cosinus im Einheitskreis – Lösung Aufgabe 1

Diagramm 1



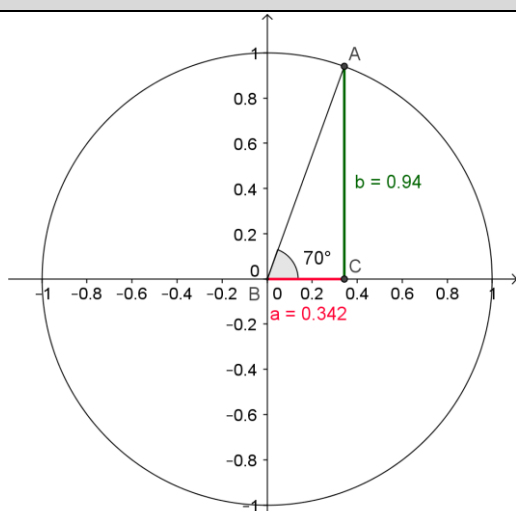
$$\beta = 46^\circ$$

$$a = 0,695$$

$$b = 0,719$$

$$a^2 + b^2 = 1,000$$

Diagramm 2



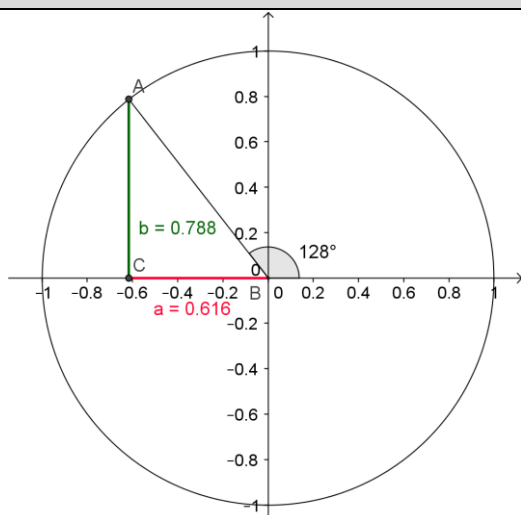
$$\beta = 70^\circ$$

$$a = 0,342$$

$$b = 0,940$$

$$a^2 + b^2 = 1,001$$

Diagramm 3



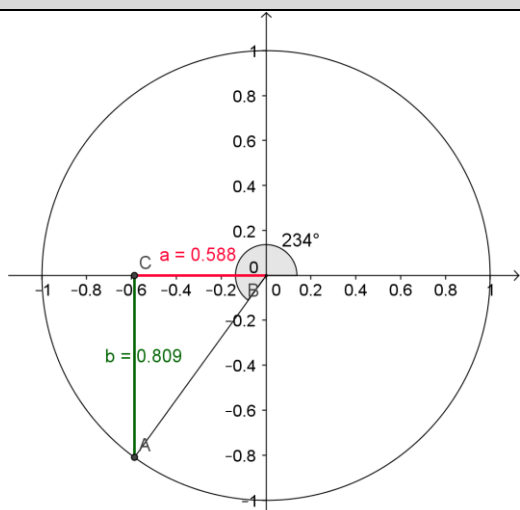
$$\beta = 128^\circ$$

$$a = 0,616$$

$$b = 0,788$$

$$a^2 + b^2 = 1,000$$

Diagramm 4



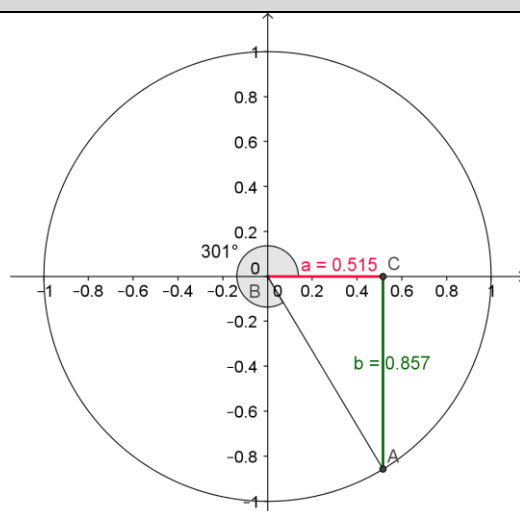
$$\beta = 234^\circ$$

$$a = 0,588$$

$$b = 0,809$$

$$a^2 + b^2 = 1,000$$

Diagramm 5



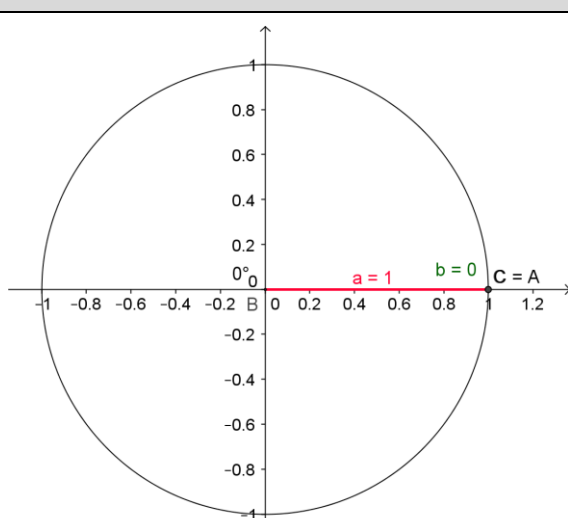
$$\beta = 301^\circ$$

$$a = 0,515$$

$$b = 0,857$$

$$a^2 + b^2 = 1,000$$

Diagramm 6



$$\beta = 0^\circ$$

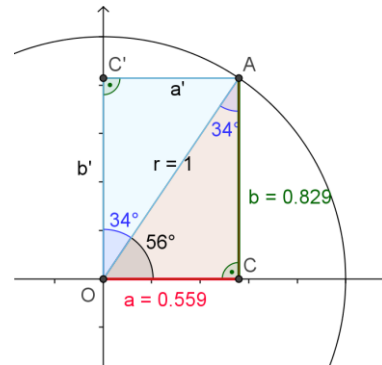
$$a = 1,000$$

$$b = 0,000$$

$$a^2 + b^2 = 1,000$$

Sinus und Cosinus im Einheitskreis – Lösung Aufgabe 2

- a) Das Dreieck AOC ist rechtwinklig. Somit gilt der Satz des Pythagoras $c^2 = a^2 + b^2$. Mit $a = \cos(\beta)$, $b = \sin(\beta)$ und $c = r = 1$ folgt die Gleichung.
- b) Die Dreiecke AOC und OAC' sind zueinander kongruent nach dem Kongruenzsatz WSW. Damit gilt im Dreieck AOC $\cos(\beta) = a = 0,559$ und im Dreieck OAC' $\sin(90^\circ - \beta) = a'$. Da OCAC' ein Rechteck ist, sind die Strecken a und a' gleich lang und damit gilt $\cos(\beta) = \sin(90^\circ - \beta)$.
- c) Mit a als Ankathete und b als Gegenkathete gilt $\tan(\beta) = \frac{b}{a}$ und mit den Erkenntnissen aus Aufgabe 1 ergibt sich die Gleichung.



6BG	Klasse 10	Trigonometrie	Mathematik
-----	-----------	---------------	------------

Sinus und Cosinus im Einheitskreis – Lösung Aufgabe 3

α	0°	46°	70°	128°	234°	301°
$\sin(\alpha)$	0,000	0,719	0,940	0,788	-0,809	-0,857

α	30°	60°	90°	120°	150°	180°
$\sin(\alpha)$	0,500	0,866	1,000	0,866	0,500	0,000

α	210°	240°	270°	300°	330°	360°
$\sin(\alpha)$	-0,500	-0,866	-1,000	-0,866	-0,500	0,000

Schaubild der Sinusfunktion

