

Curriculare Analyse

Beispiel: Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“

Dr. M.Gercken, 2009

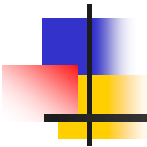
Quellen

[1] Bildungsplan 1994

[2] Bildungsplan 2004

[3] Schulcurriculum Helmholtz Gymnasium, Karlsruhe

[4] Schulcurriculum Bildungszentrum Nord, Gymnasium, Reutlingen



Curriculare Analyse - Beispiel Funktionaler Zusammenhang

1. Vergleich der Bildungspläne

Bildungsplan 1994	Bildungsplan 2004 Klasse 10
<p>Klasse 10, LPE 2 Exponentialfunktionen, dynamische Vorgänge</p> <p>Die Exponentialfunktion mit $f(x) = a^x$ und ihr Schaubild Einfache Exponentialgleichungen</p> <p>Klasse 11, LPE 2 Funktionen</p> <p>Die ganzrationale Funktion Nullstellen Faktorisieren mit Hilfe bekannter Nullstellen (Hinweis: Polynomdivision) Verhalten für $x \rightarrow \infty$ Gerade und ungerade Funktionen</p> <p>Klasse 11, LPE 3: Differenzierbarkeit</p> <p>Ableitung, Ableitungsfunktion Bedingungen für Monotonie, Extremstellen (Hinweis: notwendig, hinreichend)</p>	<p>6. LEITIDEE „FUNKTIONALER ZUSAMMENHANG“</p> <ul style="list-style-type: none"> - über Grundkompetenzen im Umgang mit Funktionen verfügen; - Funktionen auf lokale und globale Eigenschaften untersuchen; - Wirkungen von Parametern in Funktionstermen verstehen; - das Änderungsverhalten von Funktionen quantitativ beschreiben. <p>Inhalte reduziert</p> <p><i>Eigenschaften von Funktionen: Nullstellen, Extremstellen, Monotonie</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>ganzrationale Funktionen,</i> $x \mapsto x^k$ ($k = -1; -2$), $x \mapsto a^x$, $x \mapsto \sin(x)$, $x \mapsto \cos(x)$ • <i>verschobene und gestreckte Graphen</i> • <i>Änderungsrate und Ableitung, Ableitungsfunktion</i>

Nicht mehr im KC vorhanden

Nicht mehr vorhanden

2. Analyse von ausgewählten Standards

Leitidee Funktionaler Zusammenhang

Betrachte den Standard

„über Grundkompetenzen im Umgang mit Funktionen verfügen“

- dieser Standard kann an den unten beschriebenen Funktionsklassen erworben werden:

ganzzrationale Funktionen, x^k ($k = -1; -2$), a^x , $\sin(x)$, $\cos(x)$

- die zu untersuchenden Eigenschaften sind ebenfalls unter den Inhalten zu finden:

Nullstellen, Extremstellen, Monotonie

- prinzipiell bestehen zwei Möglichkeiten

a. entweder man geht von den oben genannten Funktionsklassen aus und erarbeitet beziehungsweise untersucht der Reihe nach Null-, Extremstellen und Monotonie

b. alternativ können zunächst allgemein die Eigenschaften allgemein (Kriterien aufstellen) oder an Beispielen (entdeckendes Lernen) untersucht werden und später bei der Definition und Untersuchung allgemeiner Funktionsklassen Anwendung finden

Betrachte den Standard

„Wirkungen von Parametern in Funktionstermen verstehen“

An oben genannten Funktionsklassen ist der zugehörige Inhalt, an dem die Kompetenz erworben werden kann, gegeben durch: *verschobene und gestreckte Graphen*

3. Vertiefung

3.1 Beispiel Nullstellen

- Nullstellen werden zunächst definiert

- das Auffinden von Nullstellen kann durch Ausklammern oder durch Substitution (in einfachen Fällen) aufgefunden werden (Vernetzung mit Bildungsstandards 8 und 10, Leitidee 3: Vernetzung)

- das Auffinden von Nullstellen kann am Schaubild erfolgen; dies bietet sich bei trigonometrischen Funktionen an. Der grafikfähige Taschenrechner kann die Vermutungen bestätigen. Die allgemeine Formel lässt sich dann leicht ableiten (Aufstellen eigener Terme, Bildungsstandards 8, Leitidee 9: Modellieren)
- auch das Nichtvorhandensein von Nullstellen (a^x , x^{-1} , x^{-2}) kann wie oben beschrieben erarbeitet werden.
- Funktionsterme, die sich nicht (oder nur schwer) untersuchen lassen, löst man hinsichtlich der Nullstellen mit dem grafikfähigen Taschenrechner. Dabei können Existenz und Anzahl möglicher Nullstellen zum Thema von entdeckendem Lernen gemacht werden.
- bei ganzrationalen Funktionen kann auf das Verfahren der Polynomdivision verzichtet werden.
- dennoch kann beispielsweise auf verschiedene Weise der Satz über die maximale Nullstellenzahl einer ganzrationalen Funktion n-ten Grades abgeleitet werden:
 - a. über die Definition des Grades und die Anzahl möglicher Linearfaktoren
 - b. über das Betrachten der Schaubilder von Monomen können Vermutungen über die Anzahl der Nullstellen aufgestellt werden. Diese kann dann für ganzrationale Funktionen bestätigt werden.
 - c. über das Schaubild ganzrationaler Funktionen ungeraden Grades und Beispiele ganzrationaler Funktionen geraden Grades lassen sich Sätze über die minimale Nullstellenanzahl ableiten.
- an die Nullstellenbestimmung durch Näherungsverfahren (Intervallhalbierung, Newton) ist im Rahmen des Kerncurriculums nicht gedacht, kann aber sinnvoll in das Schulcurriculum integriert werden.

3.2 Wirkung von Parametern

Um die Wirkung von Parametern zu verstehen, ist es sicher nicht nötig alle zur Verfügung stehenden Funktionsklassen hinsichtlich aller möglicher Parameter zu untersuchen. Man wird sich auf Fälle beschränken, in denen die Schülerinnen und Schüler in angemessener Weise (mit und ohne Hilfsmittel) die Wirkung am Funktionsterm und am Schaubild erfassen können.

Dabei bietet es sich zum Beispiel an die Sinus- und Cosinus-Funktion in x-Richtung zu strecken, bei weiteren Funktionsklassen kann man darauf verzichten. Eine Streckung in y-Richtung lässt sich in geeigneter Weise an den oben genannten Funktionsklassen behandeln. Der GTR oder ein CAS erleichtern das entdeckende Lernen an dieser Stelle in vielfältiger Weise.

4. Vergleich von Schulcurricula

4.1 Helmholtz Gymnasium Karlsruhe

Klassenstufe 9

Auszug aus dem Themenbereich: Potenzen

Bildungsinhalte	Hinweise / Methoden
Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten	S: Ordnen nach den Eigenschaften der Schaubilder
Verschieben und Strecken von Schaubildern der Potenzfunktionen	zumindest in y-Richtung <i>entdeckendes Lernen</i> Einsatz geeigneter Werkzeuge

Auszug aus dem Themenbereich: Berechnung in Dreiecken, Trigonometrische Funktionen

Bildungsinhalte	Hinweise / Methoden
Sinus- und Kosinusfunktion	Definitionsmenge \mathbb{R}
Strecken und Verschieben von Sinus und Kosinus	Auch in x-Richtung



Klassenstufe 10

Vorbemerkung: In Klasse 10 werden für Einführung und Einsatz des Hilfsmittels „Maple“ 20 Unterrichtsstunden angesetzt, die individuell auf die einzelnen Themenbereiche verteilt werden.

Themenbereich: Funktionsuntersuchungen

<30 >

Bildungsinhalte	Hinweise / Methoden
Eigenschaften von Funktionen: Nullstellen Änderungsverhalten Monotonie Extremstellen	Ganzrationale Funktionen Global und lokal Hinreichende und notwendige Bedingung Als hinreichende Bedingung ist auch der Verweis auf das zuvor erstellte Schaubild der Funktion oder der Ableitungsfunktion zulässig.
S: Symmetrie von Funktionen Verhalten für betragsmäßig große Werte von x S: Weitere Funktionen S: Anwendungsaufgaben	Skizzieren von Schaubildern ganzrationaler Funktionen anhand von Nullstellen, evtl. Extremstellen, Symmetrie und Globalverhalten Gedacht ist an die Untersuchung von Sinus-, Kosinus- und Potenzfunktionen unter Verwendung geeigneter Hilfsmittel (GTR, CAS) Modellieren mit ganzrationalen Funktionen, Bestimmung des Funktionsterms aus vorgegebenen Eigenschaften

Auszug aus: Themenbereich: Wachstumsprozesse – Exponentialfunktionen

Bildungsinhalte	Hinweise / Methoden
Verschieben und Strecken der Schaubilder der Exponentialfunktion	Einsatz geeigneter Werkzeuge

4.2 Bildungszentrum Nord, Gymnasium, Reutlingen

Klassenstufe 10

Eigenschaften von Funktionen

Zeitraumen 15 Stunden

Ziele

- Grundkompetenzen im Umgang mit Funktionen
- Untersuchung von Funktionen auf lokale und globale Eigenschaften

Inhalte

- Besondere Punkte des Graphen einer Funktion (Achsenschnittpunkte, Hoch- und Tiefpunkte, Sattelpunkte)
- Monotonie einer Funktion
- Extremwerte bestimmen (lokale und globale)
- Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$

Fachlich-methodische Kompetenzen

- ❖ Nullstellen und Extremstellen sicher berechnen können, auch im Anwendungskontext (mit und ohne GTR)
Hinweise: 1. Ohne GTR nur lineare, quadratische, einfache Potenz- und Exp.gleichungen. sowie mit Nullproduktsatz oder einfacher Substitution lösbare Gl.
2. Nachweis für Extremstellen nur mit VZW
- ❖ Eigenschaften von Funktionen bzw. deren Graphen in Anwendungssituationen interpretieren können
- ❖ Verwendung der Sprech- und Schreibweise für Grenzwerte, aber ohne formale Präzisierung

Funktionsklassen

Zeitraumen 20 Stunden

Ziele

- Grundkompetenzen im Umgang mit Funktionen
- anhand des Graphen die entsprechende Funktionsklasse erkennen
- Wirkung von Parametern in Funktionstermen verstehen
- Aus gegebenen Eigenschaften einer Funktion bzw. ihres Graphen die Funktionsgleichung ermitteln

Inhalte

- ganzrationale Funktionen, ihre max. Anzahl von Null- und Extremstellen
- Verschieben und Strecken von Graphen
- Definition von Sinus und Kosinus am Einheitskreis mit Bogenmaß
- Sinus- und Kosinusfunktion und ihre Ableitungsfunktionen
- Amplitude und Periode von $f(x) = a \sin bx$
- Exponentialfunktionen

$$f(x) = c a^x \text{ (ohne Ableitungsfunktion)}$$

Fachlich-methodische Kompetenzen

- ❖ Streckung in x-Richtung nur bei sin und cos
- ❖ Rolle des den Grad bestimmenden Summanden bei ganzrationalen Funktionen
- ❖ Symmetrie und Polynomdivision nicht mehr erforderlich