

Curriculare Analyse

Beispiel „Reelle Zahlen“

H. Buck, 2009

Stand: 27. 3. 2010

Quellen

[1] Bildungsplan 1994

[2] Bildungsplan 2004

[3] Schulcurriculum Helmholtz Gymnasium, Karlsruhe

[4] Schulcurriculum Bildungszentrum Nord, Gymnasium, Reutlingen

[5] Diagnose- und Vergleichsarbeiten Baden Württemberg, Pilotierung 2008; DVA 2009

Curriculare Analyse Beispiel „Reelle Zahlen“

1. Vergleich der Bildungspläne¹

Bildungsplan 1994 Klasse 9 <i>Lehrplaneinheit 2: Reelle Zahlen</i>	Bildungsplan 2004 Klasse 8 <i>Leitidee „Zahl“</i>
<ul style="list-style-type: none"> - Unvollständigkeit der Menge der rationalen Zahlen - Reelle Zahlen und ihre Darstellung - Die Quadratwurzel - Rechnen mit Quadratwurzeln - Näherungsweise Berechnung von Quadratwurzeln 	<ul style="list-style-type: none"> - Die Unvollständigkeit von Zahlbereichen verstehen und aufzeigen - Zahlbereiche unterscheiden, Zahlen diesen zuordnen - Zahlterme vereinfachen <p><i>Reelle Zahlen; Quadratwurzeln</i></p>

Nicht mehr vorhanden

Spiralprinzip

Reduziert
„Stufenspez. Hinweise“

Anhand von zwei Standards soll erläutert werden, wie die Veränderungen im Bildungsplan unterrichtlich unterschiedlich umgesetzt werden können, dass sowohl didaktische Überlegungen als auch Überlegungen zum zeitlichen Umfang Auswirkungen auf die Gesamtplanung und eine veränderte Sichtweise auf das Thema haben. Grundsätzlich darf bei dieser Einheit nicht außer Acht gelassen werden, dass das Thema von Klassenstufe 9 auf Klassenstufe 8 nach unten gezogen wurde.

2. Analyse von ausgewählten Standards

Betrachte den Standard²

„Unvollständigkeit von Zahlbereichen verstehen und aufzeigen“

Dieser Standard kann unterrichtlich unterschiedlich stark vertieft werden.

1. Geht man von der Menge der rationalen Zahlen und ihrer Dezimaldarstellung aus, so kann durch die Konstruktion von nicht abbrechenden, nicht periodischen Dezimalzahlen wie z. B. 0,1010010001... oder einer Konstruktion durch Würfelwurf 0,2356451142... dieser Standard schnell erreicht werden.
2. Wählt man den Zugang über die Quadratverdopplung, so kann schnell geometrisch einsichtig gemacht, dass es ein Quadrat mit Flächeninhalt 2 gibt, man also eine zugehörige Seitenlänge des Quadrats angeben können muss. Die beispielhafte Intervallschachtelung zeigt, wie man sich diese Zahl „beliebig genau“ konstruieren kann, das Quadrieren dieser Zahl aber nie auf 2,0 führen kann. Der unterrichtliche Zeitaufwand ist höher als bei 1. Das näherungsweise Berechnen von $\sqrt{2}$ wird exemplarisch durchgeführt.
Bemerkung: M. E. sollte man sowohl auf den 1. als auch auf 2. Aspekt unterrichtlich eingehen.
Auf das näherungsweise Berechnen von $\sqrt{3}$, ... kann m. E. verzichtet werden.
3. Setzt man den Gedankengang von 2. fort, so wird nun noch der Beweis angefügt, dass $\sqrt{2}$ keine rationale Zahl ist.
Dies benötigt unterrichtlich sicher einige Zeit, wenn man bedenkt, dass die Teilbarkeitslehre in G8 kein Standard ist, und damit dieser Beweis eine gute Vorarbeit benötigt. Aber: Man bedient damit zugleich einen weiteren Standard, nämlich: Leitidee „Vernetzung“ – Prozesse des Begründens verstehen und anwenden!

¹ Quelle: [2];

² Quelle: [2]

Betrachte den Standard³
„Zahlterme vereinfachen“

Dieser Standard muss im Vergleich zum alten Bildungsplan 1994 aufgrund der stufenspezifischen Hinweise für Klasse 8 „... werden begleitet von reduzierten Anforderungen im Bereich der Termumformungen und des Lösen von Gleichungen...“ neu überdacht werden.

Hier ist besonders zu beachten, welchen Aufbau die Terme haben sollen, die vereinfacht werden und in wie weit das teilweise Wurzelziehen geübt werden soll. Insbesondere ist im Schulcurriculum zu klären, ob das rational Machen des Nenners ein Thema ist.

Grundsätzlich geht es bei diesem Standard m. E. darum, dass Grundkompetenzen im Vordergrund stehen (vgl. z. B. WADI)!

3. Fazit: Fragen für die Unterrichtsvorbereitung

- Welcher Schwierigkeitsgrad ist für das Bearbeiten ohne Hilfsmittel unverzichtbar?
 Basiskompetenzen festlegen - An Beispielen festmachen:
 Das wollen wir noch – Das ist verzichtbar- Das wollen wir nicht mehr
 Vergleich mit den WADI-Aufgaben möglich
 „Reduzierung der formalen Fertigkeiten“
- Gibt es fachwissenschaftliche Details, auf die man aus unterrichtlicher Sicht verzichten kann?
 Reicht ev. eine Plausibilitätsbetrachtung oder das Arbeiten am Beispiel?
 z. B. Intervallschachtelungsprinzip, ausgewählte Beweise
 „Verzicht auf fachwissenschaftliche Vollständigkeit“
- Müssen alle inhaltlichen Details jetzt behandelt werden?
 Müssen sie überhaupt noch behandelt werden?
 Falls ja, in welchem Umfang?
 z. B. Gleichungslehre, insbesondere Wurzelgleichungen
 „Kein Aufbau von Vorratswissen über längere Zeiträume“
- Müssen alle inhaltlichen Details jetzt behandelt werden?
 Wann könnten sie sinnvoll wieder an einer anderen Stelle aufgegriffen werden?
 z. B. Verständnis des Wurzelbegriffs jetzt, einfache Wurzelgleichungen später
 „Spiralprinzip“
- Gibt es für eine Begriffsbildung geeignete Problemstellungen?
 Statt: Gibt es Aufgaben zum vorgefertigten Begriff?
 z. B. Quadratverdopplung-Intervallschachtelung
- Welche typischen Fehler könnten auftauchen?
 Z. B. beim Addieren von Quadratwurzeln
 „Aus Fehlern lernen“
- Soll eine weitere Leitidee gefördert werden?
 Z. B. Leitidee „Vernetzung“ - Beweisen

³ Quelle: [2]

4. Vergleich von Schulcurricula⁴

4.1 Helmholtz Gymnasium Karlsruhe

Klassenstufe 8, Themenbereich: Reelle Zahlen

< 15 >

Leitidee: Zahl

Bildungsinhalte	Hinweise / Methoden
Unvollständigkeit der rationalen Zahlen Quadratwurzeln Näherungsverfahren Rechnen mit Quadratwurzeln	Heron-Verfahren, Intervallschachtelungen

4.2 Bildungszentrum Nord, Gymnasium, Reutlingen⁵

Klassenstufe 8

Reelle Zahlen

Zeitraumen 12 Stunden

Ziele

- Unvollständigkeit der Zahlenmengen verstehen
- Unterschied zwischen rationalen und irrationalen Zahlen kennen
- Mit Quadratwurzeln umgehen können

Inhalte

- Wiederholung der Zahlenmengen
- Beispiele für irrationale Zahlen
- Darstellung auf der Zahlengeraden
- Rechnen mit Wurzeln und Näherungswerten (GTR)

Fachlich-methodische Kompetenzen

- ❖ Sicherer Umgang mit Wurzeltermen (ohne Variable)
- ❖ Teilweise Wurzelziehen und Nenner rational machen in einfachen Fällen
- ❖ Multiplikation, Division
- ❖ Ausklammern, Ausmultiplizieren

⁴ Quelle: [3]

⁵ Quelle: [4]

5. Reelle Zahlen in den DVA⁶ Pilotierung September / Oktober 2008

In der letzten Spalte sind jeweils die Lösungshäufigkeiten aufgeführt, die bei der Pilotierung im September/Oktober 2008 zu Beginn der Klassenstufe 9 an einer repräsentativen Stichprobe ermittelt wurden.

Aufgabe 1 (Leitidee Zahl, ohne Taschenrechner zu bearbeiten)

In welchen Zahlbereichen liegen die angegebenen Zahlen?

Kreuze **alle** zutreffenden Zahlbereiche an.

	natürliche Zahlen N	ganze Zahlen Z	rationale Zahlen Q	irrationale (nicht rationale) Zahlen IR\Q	reelle Zahlen IR	
-7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	32%
$\sqrt{2}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	34%
0,2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	25%
$\sqrt{\frac{1}{4}}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	19%

Vergleichsarbeit 2009⁷

Vergleichsarbeit 2009
Gymnasium Bildungsstandard 8 Mathematik

1
Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Diese Aufgaben sind ohne Taschenrechner zu bearbeiten!

Name: _____ (Eichstrich: Länge 8,0 cm)

Aufgabe 1

In welchen Zahlbereichen liegen die angegebenen Zahlen?

Kreuze **alle** zutreffenden Zahlbereiche an.

	natürliche Zahlen N	ganze Zahlen Z	rationale Zahlen Q	irrationale (nicht rationale) Zahlen IR\Q	reelle Zahlen IR	
-5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1
$-\frac{3}{5}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2
$-\sqrt{7}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3

⁶ Quelle: [5]

⁷ Quelle: [5]