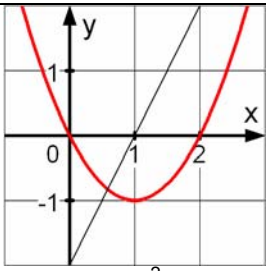
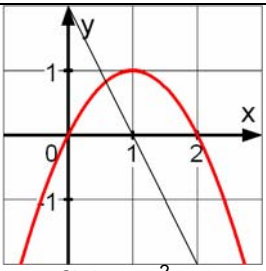
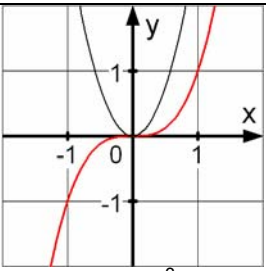
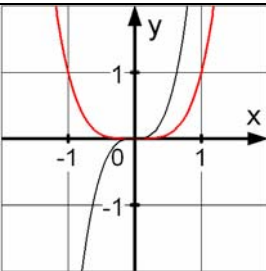


## Arbeitsblatt 20: Zweites Kriterium für lokale Extremstellen

**Ziel:** Formulierung eines Kriteriums für Extremstellen ohne die Bedingung des „Vorzeichenwechsels“, da dieser umständlich nachzuweisen ist.

**Aufgabe 1** Das Schaubild zeigt jeweils den Graphen einer Funktion  $f$  und ihrer Ableitung  $f'$ . Bearbeiten Sie die Aufgaben a) – c) zunächst ganz für die erste Funktion usw. .

Minimum bei $x_0 = 1$	Maximum bei $x_0 = 1$	$x_0 = 0$ ist keine Extremstelle	Minimum bei $x_0 = 0$
			
$f(x) = x^2 - 2x$	$f(x) = -x^2 + 2x$	$f(x) = x^3$	$f(x) = x^4$
$f'(x) = \dots\dots\dots$	$f'(x) = \dots\dots\dots$	$f'(x) = \dots\dots\dots$	$f'(x) = \dots\dots\dots$
$f''(x) = \dots\dots\dots$	$f''(x) = \dots\dots\dots$	$f''(x) = \dots\dots\dots$	$f''(x) = \dots\dots\dots$

- a) Ergänzen Sie die Ableitungen  $f'$  und  $f''$ .  
 b) Stellen Sie fest, ob  $f'$  an der Stelle  $x_0$  einen VZW hat und geben Sie ggf. die Art des VZW an.

VZW von $f'$ bei $x_0=1$ : <input type="checkbox"/> Ja <input type="checkbox"/> Nein VZW von $f'$ von ... nach ...	VZW von $f'$ bei $x_0=1$ : <input type="checkbox"/> Ja <input type="checkbox"/> Nein VZW von $f'$ von ... nach ...	VZW von $f'$ bei $x_0=0$ : <input type="checkbox"/> Ja <input type="checkbox"/> Nein VZW von $f'$ von ... nach ...	VZW von $f'$ bei $x_0=0$ : <input type="checkbox"/> Ja <input type="checkbox"/> Nein VZW von $f'$ von ... nach ...
---	---	---	---

c) Bestätigen Sie, dass das Vorzeichenwechselkriterium bei allen gezeigten Funktionen die Existenz einer Extremstelle richtig beurteilt.

**Aufgabe 2** a) Bestimmen Sie zu den Funktionen aus Aufgabe 1 den Wert von  $f''(x_0)$  und ergänzen Sie, ob  $f''(x_0)$  größer/kleiner/gleich Null ist.

$f''(1) = \dots$	$f''(1) = \dots$	$f''(0) = \dots$	$f''(0) = \dots$
$f''(1) \dots 0$	$f''(1) \dots 0$	$f''(0) \dots 0$	$f''(0) \dots 0$

b) Beurteilen Sie, inwieweit man auf Grund des Wertes von  $f''(x_0)$  auf einen Vorzeichenwechsel von  $f'$  an der Stelle  $x_0 = 1$  bzw.  $x_0 = 0$  schließen kann.

**Aufgabe 3** Im Satz steht das schon bekannte Vorzeichenwechselkriterium. Ersetzen Sie den unterstrichenen Teil durch eine andere Bedingung mit  $f''$ , so dass der Satz gültig bleibt.

Satz	Bedingung mit $f''$ :
a) Wenn gilt: $f'(x_0) = 0$ und <u><math>f'(x)</math> hat bei <math>x_0</math> einen VWZ von <math>-</math> nach <math>+</math></u> , dann hat $f$ bei $x_0$ ein lokales Minimum.	a) <input style="width: 100%;" type="text"/>
b) Wenn gilt: $f'(x_0) = 0$ und <u><math>f'(x)</math> hat bei <math>x_0</math> einen VZW von <math>+</math> nach <math>-</math></u> , dann hat $f$ bei $x_0$ ein lokales Maximum.	b) <input style="width: 100%;" type="text"/>

**Aufgabe 4** Welche Folgerung zu Extremstellen ist richtig, wenn gilt:  $f'(x_0) = 0$  und  $f''(x_0) = 0$ ?

- (1)  $f$  hat an der Stelle  $x_0$  sicher keinen Extremwert.
- (2)  $f$  hat an der Stelle  $x_0$  sicher einen Extremwert, ob ein Minimum oder ein Maximum ist unbekannt.
- (3)  $f$  kann an der Stelle  $x_0$  einen Extremwert haben, muss aber nicht.