**Klausuren Impuls 2 (Stochastik)**

 

Ein Glücksrad (siehe Abb.) hat drei Sektoren.

Die Wahrscheinlichkeit für „gelb“ ist bei diesem Glücksrad dreimal so groß, wie die Wahrscheinlichkeit für „rot“.

**Mögliche Aufgabenstellung 1:**

Sei p die Wahrscheinlichkeit für „rot“ bei einmaligem Drehen des Glücksrads.

Das Glücksrad wird zweimal gedreht.

Bestimmen Sie den Wert von p so, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man

dabei zwei verschiedene Farben erhält, maximal wird.

**Mögliche Lösung:**

Es gilt: $P\left(rr\right)=p^{2}$ ; $P\left(gg\right)=(3p)^{2}=9p^{2}$ ; $P\left(bb\right)=(1-4p)^{2}$

Somit gilt für die Wahrscheinlichkeit, dass man zwei verschiedene Farben erhält:

$$P\left(versch.\right)=f\left(p\right)=1-\left(p^{2}+9p^{2}+(1-4p)^{2}\right)=1-\left(10p^{2}+1-8p+16p^{2}\right)$$

🡺 $f\left(p\right)=8p-26p^{2}$

Gesucht ist das Maximum von f, für 0 < p < $\frac{1}{4}$ :

$f^{'}\left(p\right)=8-52p$ ; $f^{''}\left(p\right)=-52<0$

$f^{'}\left(p\right)=8-52p=0$ 🡺 $p\_{1}=\frac{8}{52}=\frac{2}{13}$

Wegen $f^{''}\left(p\_{1}\right)=-52<0$ liegt bei $p\_{1}$ ein Maximum vor.

Da der Graph von f eine nach unten geöffnete Parabel 2.Ordnung ist, spielen die

Randwerte keine Rolle.

**Mögliche Aufgabenstellung 2:**

Das Glücksrad wird dreimal gedreht. Dabei gewinnt man, wenn man drei unter-

schiedliche Farben erhält.

Untersuchen Sie, ob es eine Winkelweite für den roten Bereich gibt, für die die

Gewinnwahrscheinlichkeit maximal wird.

**Mögliche Lösung:**

Es gilt: $P\left(rgb\right)=6∙p∙3p∙\left(1-4p\right)=18p^{2}-72p^{3}=f(p)$

Es muss untersucht werden, ob f für 0 < p < $\frac{1}{4}$ ein Maximum besitzt.

$f^{'}\left(p\right)=36p-216p^{2}$ ; $f^{''}\left(p\right)=36-432p$

$f^{'}\left(p\right)=36p-216p^{2}=36p∙\left(1-6p\right)=0$ 🡺 $\left(p\_{1}=0\right)$ ; $p\_{2}=\frac{1}{6}$

$$f^{''}\left(\frac{1}{6}\right)=36-432∙\frac{1}{6}=-36<0$$

Wegen $f^{''}\left(p\_{1}\right)=-52<0$ liegt ein Maximum vor.

$$f\left(\frac{1}{6}\right)=6∙\frac{1}{6}∙3∙\frac{1}{6}∙\left(1-4∙\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{2}∙\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$$

Überprüfung der „Ränder“:

Da es sich um ein offenes Intervall handelt muss man eine Grenzwertbetrachtung machen:

$p\rightarrow 0$ 🡺 $f(p)\rightarrow 0$

$p\rightarrow \frac{1}{4}$ 🡺 $f(p)\rightarrow 0$

Somit liegt bei $p\_{2}$ ein Maximum vor.