



# Fazit zur Lernendenunterstützung

Tobias Gauß

# HINWEIS

Dies stellt nur einen kurzen Auszug aus der tatsächlichen Präsentation und dem tatsächlichen Material dar.

Weitere (auch editierbare) Materialien erhalten Sie beim Besuch der regionalen Fortbildung „Problemlösen im Mathematikunterricht.“



## Bekannt aus Modul 2

$$\dots x^2 + \dots x = \dots$$

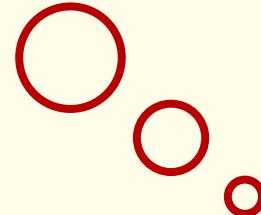
Trage in jede Box eine ganze Zahl von  $-9$  bis  $9$  ein, sodass eine quadratische Gleichung mit zwei **Lösungen** entsteht, die den **größtmöglichen Abstand** haben. Jede ganze Zahl darf hierbei höchstens einmal verwendet werden.



$$\square x^2 + \square x = \square$$

Größtmöglicher Abstand der Lösungen

Welche  
Heurismen/Strategien  
erwarten Sie bei SuS in  
Klasse 8?



Murmelphase: 2 Minuten

# Antizipierte Heurismen

$$\square x^2 + \square x = \square$$

- (Systematisches) Probieren
- Vereinfachen des Problems/ Betrachten von Spezialfällen
- Wechsel der Darstellung (Graph)
- Symmetrieprinzip
- ...



# Beurteilen Sie das Handeln der Lehrperson.

Nach dreiminütiger Einzelarbeitsphase zu oben stehendem Problem geht die Lehrkraft durch das Klassenzimmer und spricht einen Schüler an, der bisher nur unstrukturierte Notizen gemacht <sup>hat</sup>.

L: „Mit welchen Problemlösestrategien arbeitest du?“

S: „Ich habe überlegt, dass ich die Gleichung umformen will, um dann die Mitternachtsformel anwenden zu können.“

L: „Ah, sehr gut. Da hast du ja schon zwei Problemlösestrategien: *Gleichung umformen* und *Lösungsformel anwenden*. Damit du gut weiterrechnen kannst, habe ich noch zwei Hilfen für dich: Im Buch auf Seite 36 findest du nochmal Beispiele zur Lösung quadratischer Gleichungen und auf dieser Hilfekarte wird erklärt, wie du Spezialfälle untersuchen kannst, um dich so der Lösung zu nähern.“

S: „Danke.“

Murmelphase: 4 Minuten

## Optimierungsmöglichkeiten:

- Arbeitende SuS nicht zu früh unterbrechen
- Strategiebegriff korrekt verwenden
- Hilfekärtchen/Hilfen diagnosegeleitet und nur bei Bedarf ausgeben (Prinzip der minimalen Hilfe)



# Erinnerung an Modul 2.5

## Hilfekärtchen

Untersuche den maximalen Abstand der Lösungen der Gleichungen vom Typ

$$\dots x^2 + 0x = \dots$$

Mit welchem Verfahren kannst du hier schnell die Lösungen ermitteln?



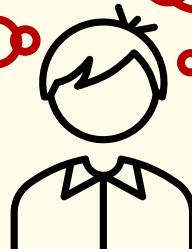
# Schülerüberzeugungen zu Mathematikaufgaben

...lassen sich in  
höchstens 5 Minuten  
lösen

...haben  
EINEN  
Lösungsweg

„Normale“ SuS können  
nicht erwarten,  
Mathematik zu  
verstehen und müssen  
Regeln auswendig  
lernen

... haben EINE  
richtige  
Antwort



(nach Schoenfeld, 1992, S. 359)



# Schülerüberzeugungen zum Mathematikaufgaben

...lassen sich in  
höchstens 5 Minuten  
lösen

... haben EINE  
richtige Antwort

...haben  
EINEN  
Lösungsweg

„Normale“ SuS können  
nicht erwarten,  
Mathematik zu  
verstehen und müssen

Diese Überzeugungen können sich durch schlechte  
oder verfrühte Unterstützung verfestigen



# Schülerüberzeugungen - Gegenmaßnahmen

- Offene, möglichst selbstdifferenzierende Aufgaben stellen
- Kooperative Lernformen einsetzen
- Passende Hilfestellungen geben
- Inhaltliches und strategisches Vorwissen der SuS erfassen und berücksichtigen
- Falsche Überzeugungen explizit ansprechen
- Vermeidung von *kognitiver Last*
- Durchhaltevermögen einfordern und belohnen  
→ „Heureka-Effekt“ ermöglichen
- **Nicht:** Zerstückelung des Problems



# Transparenz schaffen bzgl.

- **... der Wahl der Methode**

Warum ist es sinnvoll zunächst alleine zu arbeiten?

- **... des Prinzips der minimalen Hilfe**

Warum ist es sinnvoll zu Beginn keine/wenige Hilfen zu bekommen?

(Problemcharakter bleibt erhalten)

- **... der Art der Hilfen**

Warum Hilfekarten statt ausschließlich mündlicher Hilfen?  
(nicht leistbar)



# Beispielhafte konkrete Umsetzungsbausteine

- Think-Pair-Share (Ich-Du-Wir)
- Aktives Plenum
- Vertical Non-Permanent Surfaces
- Strategiefächer
- Aufsteller



„Aufsteller“ ; Foto KG Problemlösen



# Gestufte Vorgehensweise

1. Motivations-  
hilfen

2. Strategische  
Hilfen

3. Inhaltliche  
Hilfen

Gestufte Hilfen, nach Holzäpfel; Rott; *Erste Schritte zum, Problemlösen* -- via [dzlm.de](https://dzlm.de), CC BY-SA 4.0



# Gestufte Vorgehensweise

Arbeite mit einem Partner

Probiere es noch einmal

Du bist auf dem  
richtigen Weg

**1. Motivations-  
hilfen**

# Gestufte Vorgehensweise

Notiere  
Gegebenes und  
Gesuchtes

Wechsle die  
Darstellung:  
Untersuche die  
Gleichung, ...

## 2. Strategische Hilfen

Plane dein Vorgehen  
(Problemlöseplan nutzen)



# Gestufte Vorgehensweise

Vgl. „Strategiefächer“

Konkretes Beispiel  
(Venn Diagramm)

## 2. Strategische Hilfen

Übersicht über die Strategiefächer:  
- Rückführung von  
- Analogieschlüsse  
- Rückwärtsarbeiten  
- Rückwärtsarbeiten  
- Systematisches Probieren

Decke einen der drei Kreise ab. Versuche dann zuerst, das Venn-Diagramm für nur zwei Bedingungen zu füllen.



# Gestufte Vorgehensweise

Begriffe besprechen

Ansatz vorgeben

Untersuche den maximalen Abstand der Lösungen der Gleichungen vom Typ

$$\square x^2 + 0x = \square$$

Mit welchem Verfahren kannst du hier schnell die Lösungen ermitteln?



## 3. Inhaltliche Hilfen

Tippkärtchen im Begleitmaterial mancher Schulbücher, die man intuitiv selber (schnell) geben möchte

***Last but not least:***

## Differenzierung nach oben

Oft können folgende Anschlussfragen für starke SuS sinnvoll sein

- Kannst du weitere Lösungen finden?
- Kannst du alle Lösungen finden?
- Kannst du begründen, warum das alle Lösungen sind?



# Quellen und Literatur

- Holzäpfel et al. (2016): Problemlösen lehren lernen: Wege zum mathematischen Denken. Seelze: Klett
- Sliwka, Klopsch, Dumont (2022): Konstruktive Unterstützung im Unterricht – Wirksamer Unterricht Band 3. 2. Auflage. Stuttgart: IBBW

