



# Fazit zur Lernendenunterstützung

Tobias Gauß

# HINWEIS

Dies stellt nur einen kurzen Auszug aus der tatsächlichen Präsentation und dem tatsächlichen Material dar.

Weitere (auch editierbare) Materialien erhalten Sie beim Besuch der regionalen Fortbildung „Problemlösen im Mathematikunterricht.“

$$\boxed{\phantom{00}}x^2 + \boxed{\phantom{00}}x = \boxed{\phantom{00}}$$

Trage in jede Box eine ganze Zahl von  $-9$  bis  $9$  ein, sodass eine quadratische Gleichung mit zwei **Lösungen** entsteht, die den **größtmöglichen Abstand** haben. Jede ganze Zahl darf hierbei höchstens einmal verwendet werden.

$$\square x^2 + \square x = \square$$

Größtmöglicher Abstand der Lösungen

Welche  
Heurismen/Strategien  
erwarten Sie bei SuS in  
Klasse 8?

**Murmelphase: 2 Minuten**

# Antizipierte Heuristiken $x^2 + x =$

- (Systematisches) Probieren
- Vereinfachen des Problems/ Betrachten von Spezialfällen
- Wechsel der Darstellung (Graph)
- Symmetrieprinzip
- ...

# Beurteilen Sie das Handeln der Lehrperson.

Nach dreiminütiger Einzelarbeitsphase zu oben stehendem Problem geht die Lehrkraft durch das Klassenzimmer und spricht einen Schüler an, der bisher nur unstrukturierte Notizen gemacht hat.

L: „Mit welchen Problemlösestrategien arbeitest du?“

S: „Ich habe überlegt, dass ich die Gleichung umformen will, um dann die Mitternachtsformel anwenden zu können.“

L: „Ah, sehr gut. Da hast du ja schon zwei Problemlösestrategien: *Gleichung umformen* und *Lösungsformel anwenden*. Damit du gut weiterrechnen kannst, habe ich noch zwei Hilfen für dich: Im Buch auf Seite 36 findest du nochmal Beispiele zur Lösung quadratischer Gleichungen und auf dieser Hilfekarte wird erklärt, wie du Spezialfälle untersuchen kannst, um dich so der Lösung zu nähern.“

S: „Danke.“

**Murmelphase: 4 Minuten**

## Optimierungsmöglichkeiten:

- Arbeitende SuS nicht zu früh unterbrechen
- Strategiebegriff korrekt verwenden
- Hilfekärtchen/Hilfen diagnosegeleitet und nur bei Bedarf ausgeben (Prinzip der minimalen Hilfe)



# Erinnerung an Modul 2.5

## Hilfekärtchen

Untersuche den maximalen Abstand der Lösungen der Gleichungen vom Typ

$$\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix} x^2 + 0x = \begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$$

Mit welchem Verfahren kannst du hier schnell die Lösungen ermitteln?



# Schülerüberzeugungen zu Mathematikaufgaben

...lassen sich in  
höchstens 5 Minuten  
lösen

„Normale“ SuS können  
nicht erwarten,  
Mathematik zu  
verstehen und müssen  
Regeln auswendig  
lernen

...haben  
EINEN  
Lösungsweg



... haben EINE  
richtige  
Antwort

(nach Schoenfeld, 1992, S. 359)



# Schülerüberzeugungen zum Mathematikaufgaben

...lassen sich in  
höchstens 5 Minuten  
lösen

... haben EINE  
richtige Antwort

...haben  
EINEN  
Lösungsweg

„Normale“ SuS können  
nicht erwarten,  
Mathematik zu  
verstehen und müssen

**Diese Überzeugungen können sich durch schlechte  
oder verfrühte Unterstützung verfestigen**

# Schülerüberzeugungen - Gegenmaßnahmen

- Offene, möglichst selbstdifferenzierende Aufgaben stellen
- Kooperative Lernformen einsetzen
- Passende Hilfestellungen geben
- Inhaltliches und strategisches Vorwissen der SuS erfassen und berücksichtigen
- Falsche Überzeugungen explizit ansprechen
- Vermeidung von *kognitiver Last*
- Durchhaltevermögen einfordern und belohnen  
→ „Heureka-Effekt“ ermöglichen
- **Nicht:** Zerstückelung des Problems



# Transparenz schaffen bzgl.

- **... der Wahl der Methode**

Warum ist es sinnvoll zunächst alleine zu arbeiten?

- **... des Prinzips der minimalen Hilfe**

Warum ist es sinnvoll zu Beginn keine/wenige Hilfen zu bekommen?

(Problemcharakter bleibt erhalten)

- **... der Art der Hilfen**

Warum Hilfekarten statt ausschließlich mündlicher Hilfen?  
(nicht leistbar)



# Beispielhafte konkrete Umsetzungsbausteine

- Think-Pair-Share (Ich-Du-Wir)
- Aktives Plenum
- Vertical Non-Permanent Surfaces
- Strategiefächer
- Aufsteller



„Aufsteller“ ; Foto KG Problemlösen



# Gestufte Vorgehensweise

**1. Motivations-  
hilfen**

**2. Strategische  
Hilfen**

**3. Inhaltliche  
Hilfen**

Gestufte Hilfen, nach Holzäpfel; Rott; *Erste Schritte zum Problemlösen* — via [dzlm.de](https://dzlm.de), [CC BY-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/)



# Gestufte Vorgehensweise

Arbeite mit einem Partner

Probiere es noch einmal

**1. Motivations-  
hilfen**

Du bist auf dem  
richtigen Weg

# Gestufte Vorgehensweise

Notiere  
Gegebenes und  
Gesuchtes

Wechsle die  
Darstellung:  
Untersuche die  
Gleichung, ...

## 2. Strategische Hilfen

Plane dein Vorgehen  
(Problemlöseplan nutzen)



# Gestufte Vorgehensweise

Vgl. „Strategiefächer“

Konkretes Beispiel  
(Venn Diagramm)

## 2. Strategische Hilfen

Decke einen der drei Kreise ab. Versuche dann zuerst, das Venn-Diagramm für nur zwei Bedingungen zu füllen.

Rückführung von  
 auf Bekanntes  
 Analogieschlüsse  
 Vorwärtsarbeiten  
 Rückwärtsarbeiten  
 Systematisches Probieren

# Gestufte Vorgehensweise

Begriffe besprechen

Ansatz vorgeben

## 3. Inhaltliche Hilfen

Untersuche den maximalen Abstand der Lösungen der Gleichungen vom Typ

$$\boxed{\phantom{0}}x^2 + 0x = \boxed{\phantom{0}}$$

Mit welchem Verfahren kannst du hier schnell die Lösungen ermitteln?

Tippkärtchen im  
 Begleitmaterial mancher  
 Schulbücher, die man  
 intuitiv selber (schnell) geben  
 möchte



*Last but not least:*

## Differenzierung nach oben

Oft können folgende Anschlussfragen für starke SuS sinnvoll sein

- Kannst du weitere Lösungen finden?
- Kannst du alle Lösungen finden?
- Kannst du begründen, warum das alle Lösungen sind?

# Quellen und Literatur

- Holzäpfel et al. (2016): Problemlösen lehren lernen: Wege zum mathematischen Denken. Seelze: Klett
- Sliwka, Klopsch, Dumont (2022): Konstruktive Unterstützung im Unterricht – Wirksamer Unterricht Band 3. 2. Auflage. Stuttgart: IBBW