Digitale Hilfsmittel

Tobias Gauß und Christiane Reher

HINWEIS

Dies stellt nur einen kurzen Auszug aus der tatsächlichen Präsentation und dem tatsächlichen Material dar.

Weitere (auch editierbare) Materialien erhalten Sie beim Besuch der regionalen Fortbildung „Problemlösen im Mathematikunterricht."

Ziele der Präsentation

- **Einsatz digitaler Hilfsmittel laut Bildungsplan**
- **Kategorisierung der Einsatzmöglichkeiten von digitalen Hilfsmitteln**
- **Beispielhaftes Aufzeigen verschiedener Programme zur Unterstützung des Problemlösens**
  - Selbst erstellte GeoGebra-Applets
  - Sammlung vorhandener Applets und Dateien
- **Vor- und Nachteile digitaler Hilfsmittel**

KMK: Bildungsstandards für das Fach Mathematik 2022 (MSA)
Mit Medien mathematisch arbeiten

Die SuS

- nutzen analoge und **digitale Mathematikwerkzeuge** (z. B. Geometriesoftware, Tabellenkalkulation, Computeralgebrasystem, Stochastiktool) **zum Problemlösen**, Entdecken, Modellieren, Daten verarbeiten, Kontrollieren und Darstellungswechseln etc.,

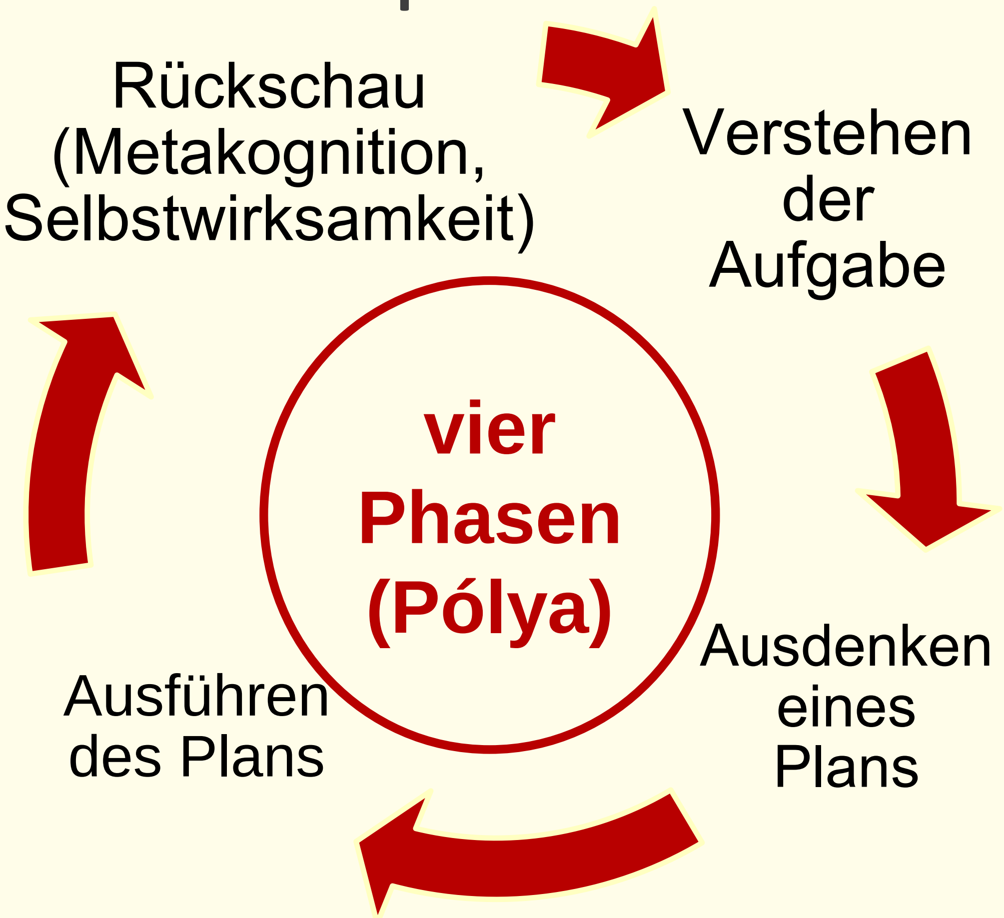
Überarbeiteter Bildungsplan 2016

(Gymnasium Mathematik (V2), Stand Februar 2024)

Die SuS können

- Taschenrechner und weitere digitale Mathematikwerkzeuge (zum Beispiel Taschenrechner, Tabellenkalkulation, dynamische Mathematiksoftware) bedienen und zum Explorieren, Durchführen von Algorithmen, **Problemlösen**, Modellieren, Simulieren oder Verarbeiten von Daten einsetzen
- bei der **Entwicklung und Prüfung** von Vermutungen Hilfsmittel verwenden

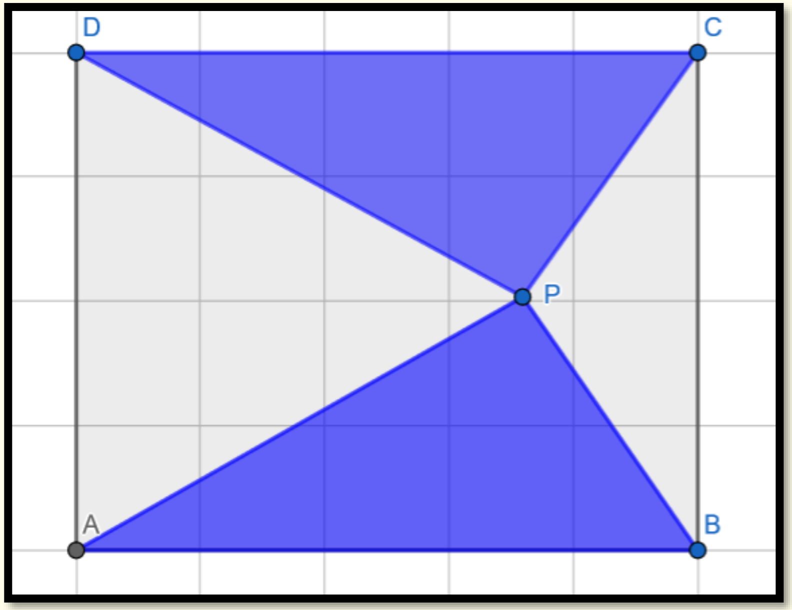
Problemlösekompetenz



1. Phase: Problem verstehen

Link: Live Demo?

In einem Rechteck kann der Punkt P kann frei bewegt werden.
Ist der Flächeninhalt der blauen oder der grauen Fläche größer?



Vgl Takahashi, A. (2021). *Teaching Mathematics Through Problem-Solving*. Routledge, S. 135ff.

Spezialfälle untersuchen

Viele Beispiele generieren

2. Phase: Ausdenken eines Plans

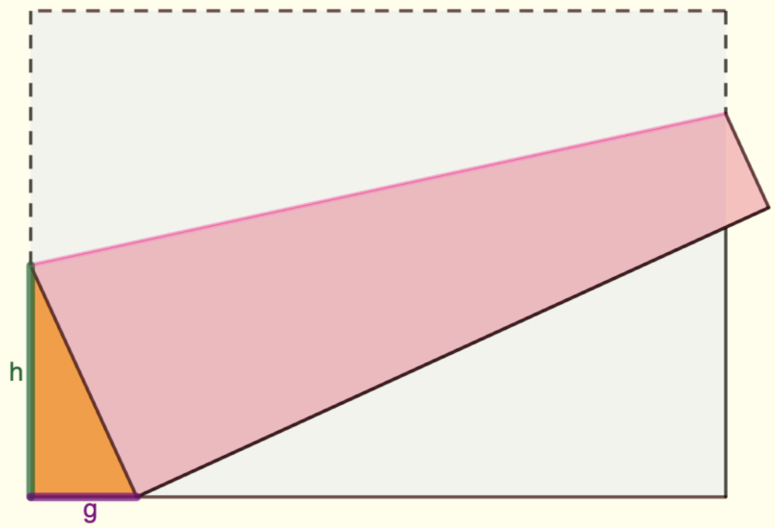
Hier weniger **direkt** hilfreich

Wie kann ich digitale Werkzeuge **sinnvoll** in meinen Plan integrieren?

Welche Vor- und Nachteile bietet mir der Einsatz?

3. Phase: Ausführen eines Plans Papierfalten

Ein DIN A4 Blatt wird im Querformat hingelegt. Die obere linke Ecke des Blattes wird so gefaltet, dass sie auf der unteren Kante des Blattes zu liegen kommt. Wie muss die obere Ecke nach unten gefaltet werden, dass der Flächeninhalt des Dreiecks in der unteren linken Ecke möglichst groß ist? Bestimme den maximalen Flächeninhalt.



Papierfalten

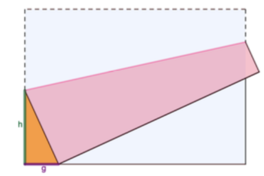
Ausführen:

- Falten
- Aufstellen von Termen
- Implementierung und Visualisierung im Tabellen-kalkulationsprogramm

Problemlösen im Mathematikunterricht

Problemlösen in der Geometrie: Papierfalten

Ein DIN A4-Blatt wird im Querformat hingelegt. Die obere linke Ecke des Blattes wird so gefaltet, dass sie auf der unteren Kante des Blattes zum Liegen kommt. Wie muss die obere Ecke nach unten gefaltet werden, so dass der Flächeninhalt des Dreiecks in der unteren linken Ecke möglichst groß ist? Bestimme den maximalen Flächeninhalt.



Arbeitsauftrag 1:

Nimm dir ein DIN A4-Blatt und lege es im Querformat vor dich hin. Es hat eine Breite von 29,7cm und eine Höhe von 21cm. Untersuche, wie sich der Flächeninhalt des Dreiecks für unterschiedliche Werte von h entwickelt, indem du die zugehörigen Werte von g misst. Fülle untenstehende Tabelle aus.

h in cm	g in cm	Flächeninhalt in cm² *
11		

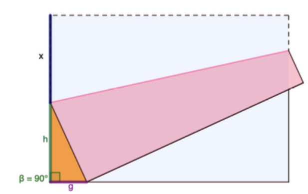
1. Zwischenergebnis:

Der bisher gefundene größte Flächeninhalt beträgt _______ **cm²**. Man erhält ihn für h=________ **cm**.

Problemlösen mit Tabellenkalkulation:

(1) Überlege nun, wie du die Länge der Grundseite des Dreiecks rechnerisch bestimmen kannst, ohne **g zu messen**.

(2) Setze für die Länge der abgeknickten Strecke eine Variable, z. B. x, ein. Stelle nun für die Länge der **Höhe des Dreiecks h einen Term** in Abhängigkeit von x auf. Stelle ebenso für die Länge der **Grundseite des Dreiecks g einen Term** auf.



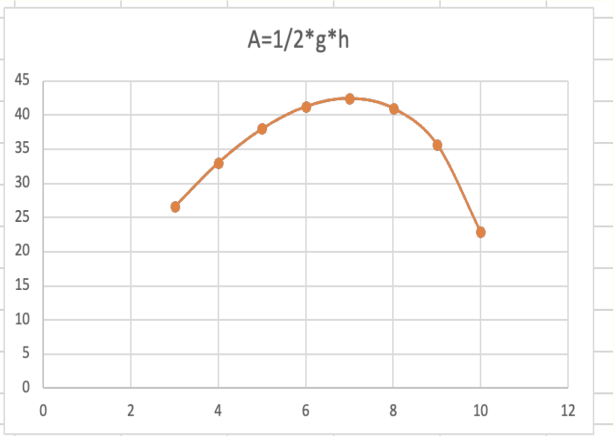
abgeknickt	h	g	A
x	.... - x		

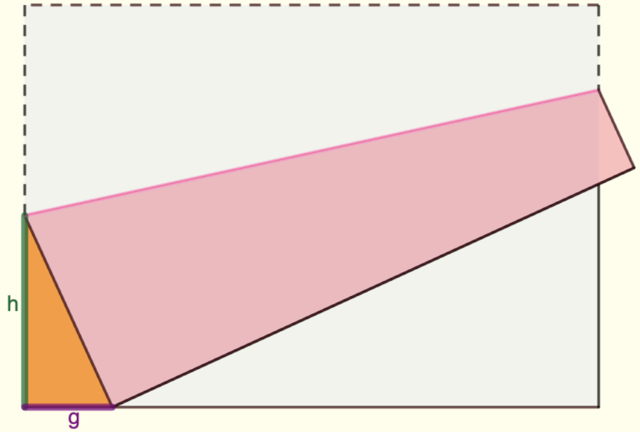
*Tipp: Den Flächeninhalt eines rechtwinkligen Dreiecks kann man mit Hilfe der Katheten bestimmen. Wählt man eine Kathete als Grundseite, so ist die andere Kathete die zu dieser Grundseite zugehörige Höhe.

Papierfalten

Visualisierung mit Tabellenkalkulation

l	h	g	A
	h=21-l	g=Wurzel(l^2-h^2)	A=1/2g*h
11	10	4,582575695	22,91287847
12	9	7,937253933	35,7176427
13	8	10,24695077	40,98780306
14	7	12,12435565	42,43524479
15	6	13,74772708	41,24318125
16	5	15,19868415	37,99671038
17	4	16,52271164	33,04542328
18	3	17,74823935	26,62235902





Papierfalten ab Klasse 10:

- Bestimmung der exakten Lösung:
  - algebraisch => eher aufwendig
  - mit GeoGebra =>einfach

Funktion

$f(x) = \frac{1}{2}(-x+21)\sqrt{x^2-(-x+21)^2}$

$f'(x) = \frac{-x^2+(-x+21)^2-21x+441}{2\sqrt{x^2-(-x+21)^2}}$

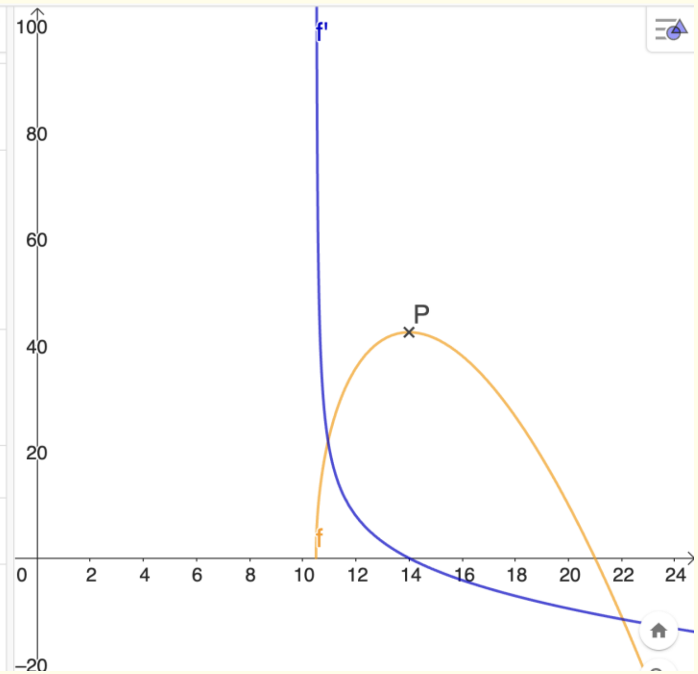
Liste

$l1 = \{x = 14\}$

Punkt

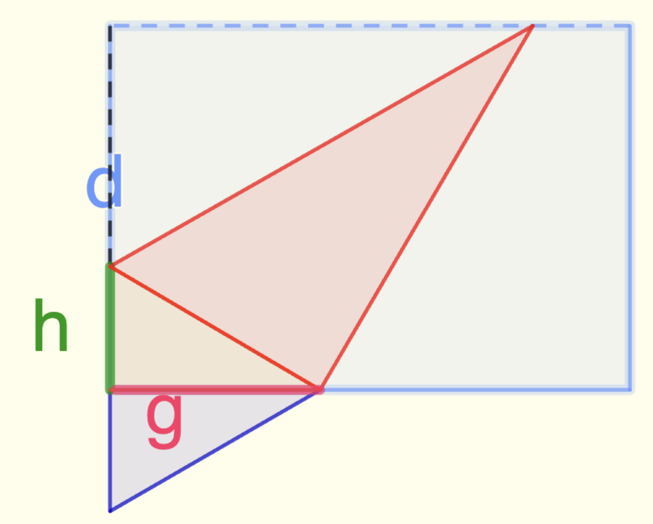
$P = (14, 42.44)$

Eingabe…



... und die Rückschau und Reflexion:

- Welche Mittel hat man genutzt? Welches Verfahren war einfacher/genauer?
- Bestimmung der exakten Lösung: **Prinzip Symmetrisieren**
- Verdoppelung des Dreiecks: U=42cm.
- Isoperimetrie des Dreiecks: Das gleichseitige Dreieck hat maximalen Flächeninhalt.
- Insofern hat das halbe gleichseitige Dreieck hier maximalen Flächeninhalt.



4. Phase: Ergebnis kontrollieren

Würfelnetze finden

Link: Live-Demo

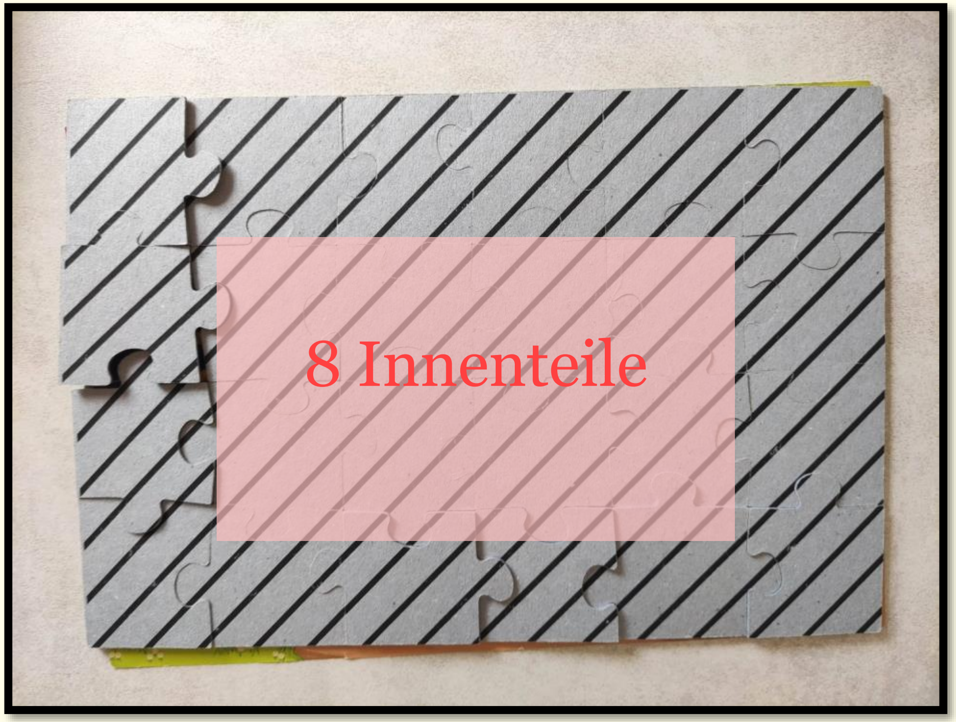
Puzzleproblem

Bildquelle: Gauß, KG Problemlösen

Puzzleproblem

Im abgebildeten Puzzle gibt es 16 Randteile und 8 Innenteile. Welche Abmessungen kann ein rechteckiges Puzzle haben, damit es gleich viele Innen- wie Randteile hat?

Vgl. Wälti, B (2001: Problemlösen macht Schule, S. 70

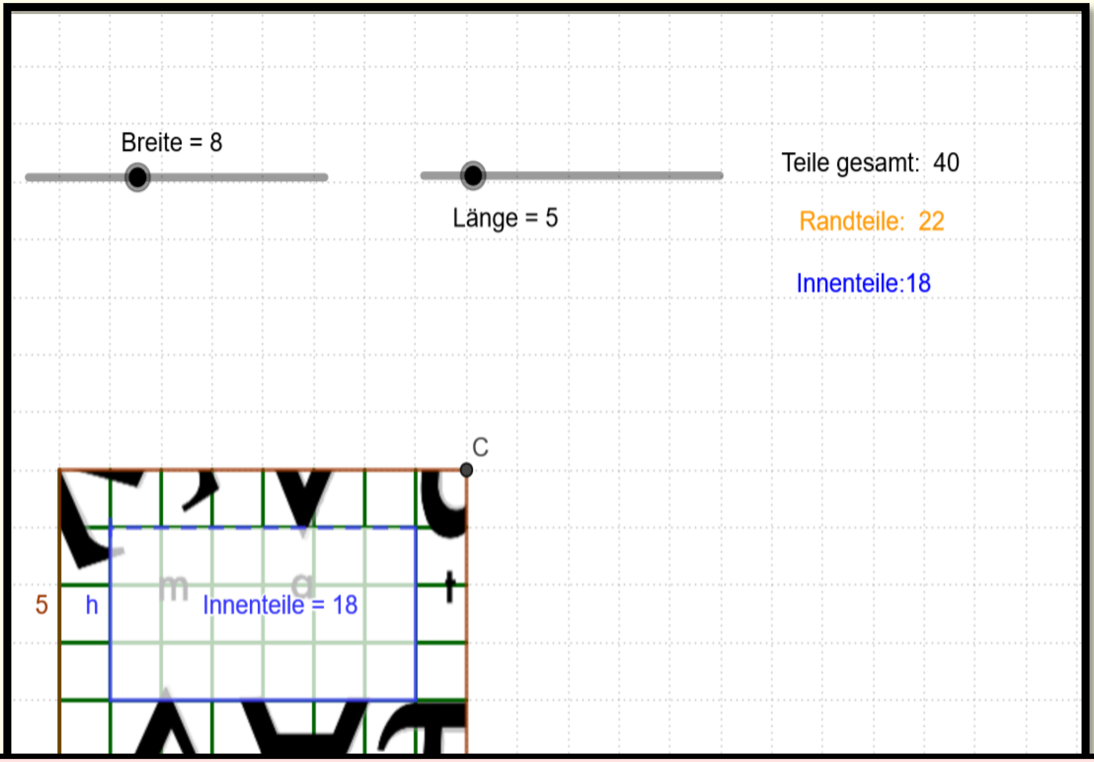


Quelle:: Gauß, KG Problemlösen

Puzzleproblem

Link: Live Demo?

- Idee: GeoGebra-Datei statt Hilfekärtchen
- Problem verstehen
- Beispiele erzeugen/Systematisches Probieren
- Darstellung wechseln



Das Lernziel bestimmt, ob bei diesem Problem der Einsatz von GeoGebra sinnvoll ist

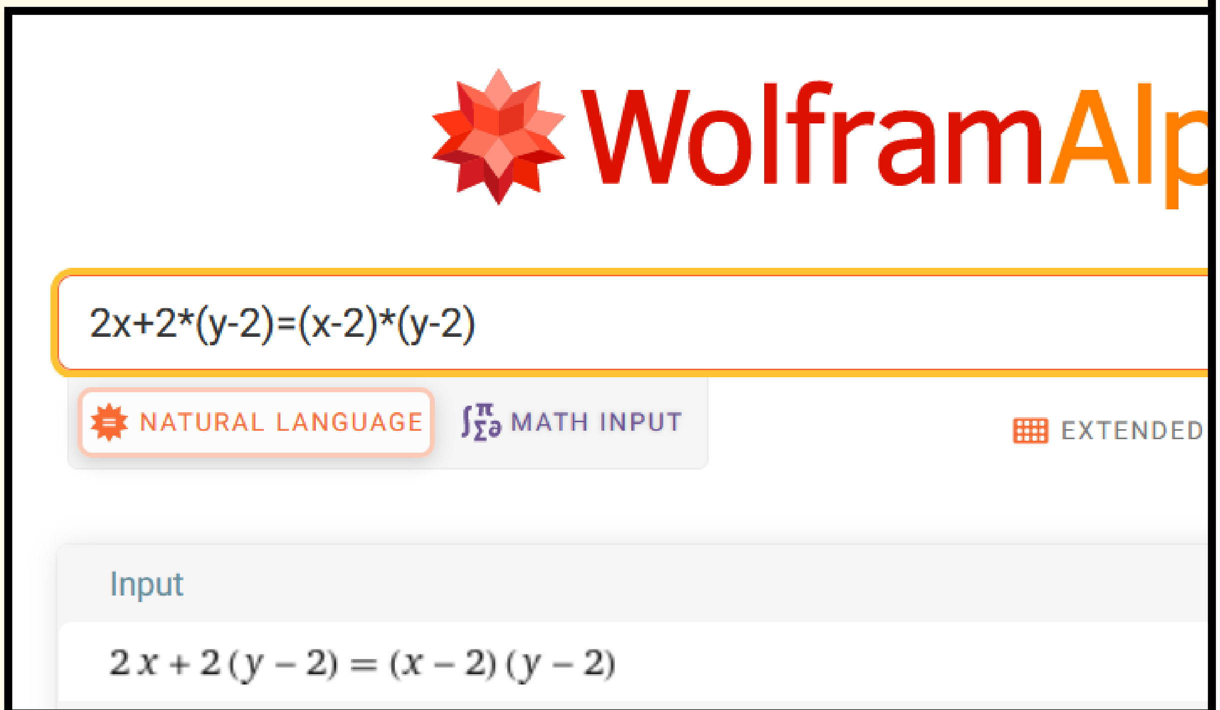
Puzzleproblem

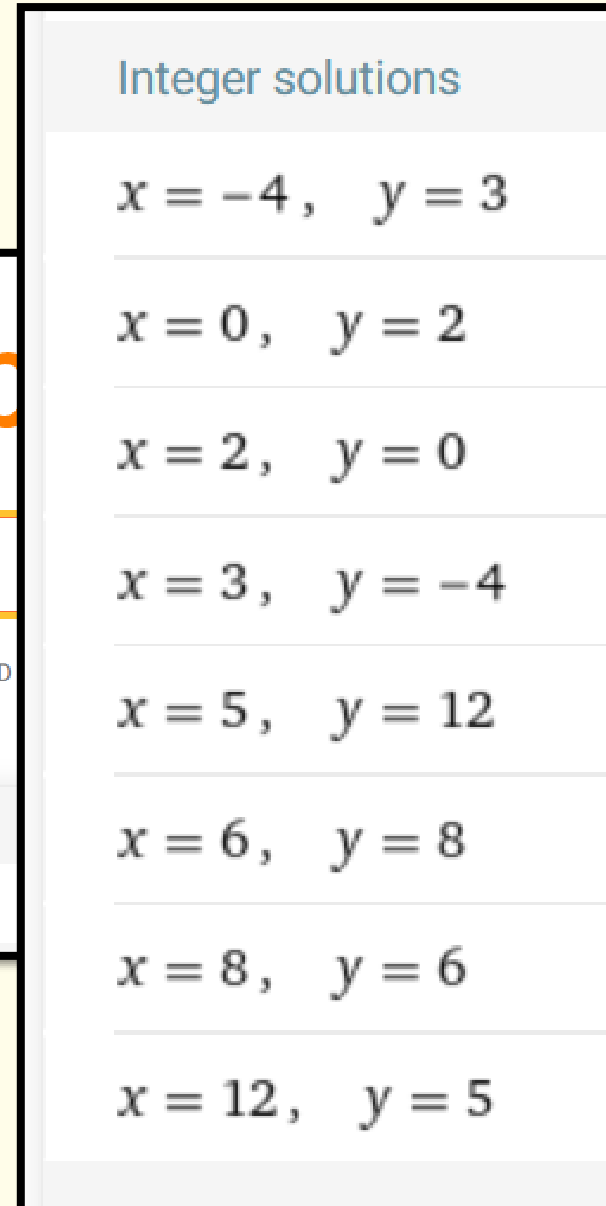
Link: Live Demo?

Länge/Breite	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26
3	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
4	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
5	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1
6	12	10	8	6	4	2	0	2	4	6	8	10
7	14	11	8	5	2	1	4	7	10	13	16	19
8	16	12	8	4	0	4	8	12	16	20	24	28
9	18	13	8	3	2	7	12	17	22	27	32	37
10	20	14	8	2	4	10	16	22	28	34	40	46
11	22	15	8	1	6	13	20	22	34	41	48	55
12						16	24	32	40	48	56	64
13	26	17	8	1	10	19	28	37	46	55	64	73

- Lösungen kontrollieren
- Beispiele erzeugen
- Darstellung wechseln

Puzzleproblem

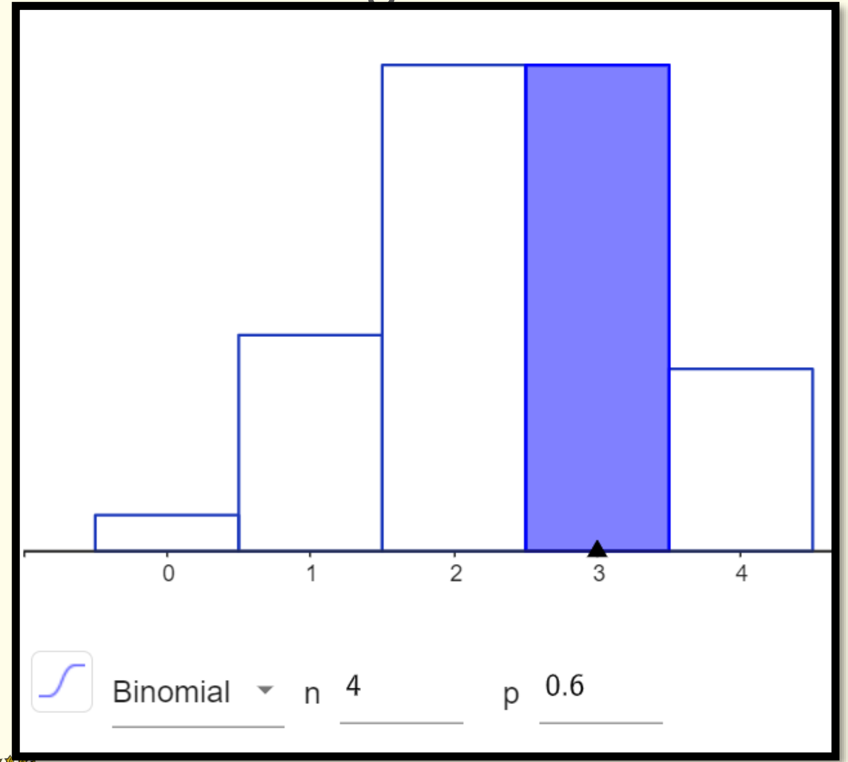


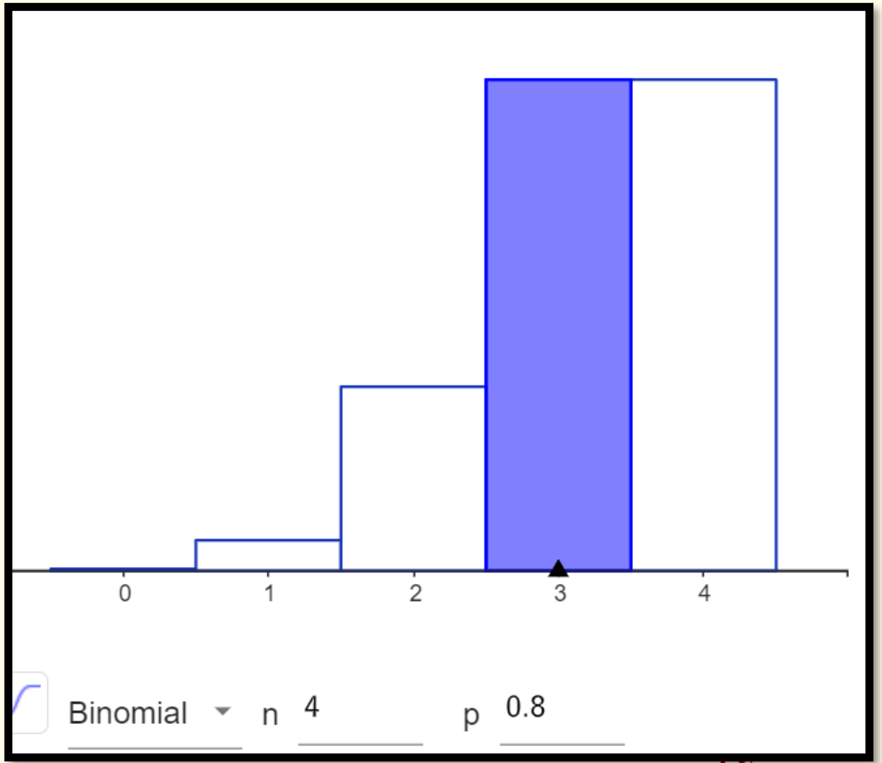


GeoGebra Wahrscheinlichkeitsrechner

Lebendiges Galton-Brett

z.B.: Für welche p ist die Wahrscheinlichkeit in Endzone 3 zu landen am größten?





- Systematisches Probieren
- Darstellung wechseln

Mögliche Stärken von digitalen Hilfsmitteln

- Generierung von vielen (systematischen) Beispielen
- Entlastung der Rechenanforderungen - Konzentration auf Problemlösungsplan möglich
- Einfache Darstellungswechsel
- Motivation
- Möglichkeit zum Ausprobieren ohne Angst vor Fehlern
- Differenzierung möglich (z.B. GeoGebra-Datei statt Hilfekärtchen)
- Für KuK: Fundus für Problemstellungen

… aber

Z.B.: „Wie gut unterstützt GeoGebra das Problemlösen“ (Reinhard, 2017)

- Vergleichende Studie im Rahmen eines Lehramtsseminars
- Einteilung in eine „Stift“- und eine „GeoGebra-Gruppe“
- Zunächst GeoGebra-Schulung
- Anschließend 15 Problemstellungen für beide Gruppen
- Im Mittel hoch signifikant bessere Ergebnisse bei „Stift-Gruppe“
- Mögliche Gründe laut Diskussion des Studienartikels:
    - Bedienungsschwierigkeiten bei GeoGebra
    - Eingeschränkte Eignung von GeoGebra zur Wissensrepräsentation

Fazit

- Digitale Hilfsmittel können in verschiedenen Phasen des Problemlösen sinnvoll eingesetzt werden
- Das **Lernziel** bestimmt, ob und wie digitale Hilfsmittel eingesetzt werden
- Ziel ist immer ein bewusster und reflektierter Einsatz
- Mögliche Einsatzszenarien sind u.a.:
    - Veranschaulichung
    - Verminderung von „cognitive overload“

      (z.B. WTR, Photomath)
    - Differenzierung: Ersatz von Hilfekärtchen

Fazit

- Digitale Hilfsmittel können in verschiedenen Phasen des Problemlösen sinnvoll eingesetzt werden
- Das **Lernziel** bestimmt, ob und wie digitale Hilfsmittel eingesetzt werden
- Ziel ist immer ein bewusster und reflektierter Einsatz
- Mögliche Einsatzszenarien sind:
  - Veranschaulichungsmedium
  - Verminderung von „cognitive overload“
  - Differenzierung: Ersatz von Hilfekärtchen

… und was ist mit ChatGPT & Co?

Hierzu wurden verschiedene KI in ihrer kostenlosen Version zwischen August 2022 und Mai 2024 immer wieder mit mathematischen Problemstellungen konfrontiert.

Informationen zur "Landeslösung" fAIrChat

Quellen und Literatur

- Barzel, Bärbel, Roth, Jürgen. „Bedienen – Problemlösen – Reflektieren“, ml 211 (2018), 16 – 19.
- Ministerium für Kultus, Jugend und Sport (2016): Bildungsplan Gymnasium Mathematik (V2). Baden-Württemberg, Stuttgart.
- Kultusministerkonferenz (2022): Bildungsstandards für das Fach Mathematik Erster Schulabschluss (ESA) und Mittlerer Schulabschluss (MSA), Berlin.

HINWEIS

Dies stellt nur einen kurzen Auszug aus der tatsächlichen Präsentation und dem tatsächlichen Material dar.

Weitere (auch editierbare) Materialien erhalten Sie beim Besuch der regionalen Fortbildung „Problemlösen im Mathematikunterricht."