

Versuch 4	

Versuch 5	
------------------	--

[illegible]

Beschreibe deine Vorgehensweise und Strategien zur Lösung des Problems. Was hast du insgesamt durch die Bearbeitung dieses Problems gelernt?

- Findest du mehrere optimale Lösungen?
- Beschreibe möglichst genau, weshalb du denkst, die bestmögliche Lösung gefunden zu haben.
- Wo könnten andere Personen Schwierigkeiten haben, und wie würdest du ihnen helfen?

DIDAKTISCHE HINWEISE UND LÖSUNGSHINWEISE

Die optimale Lösung lässt sich am besten durch eine Analyse der allgemeinen Lösung, welche die Mitternachtsformel oder pq-Formel liefert, finden. Deshalb sollte dieses Problem auch erst eingesetzt werden, nachdem die Lösungsformel behandelt wurde.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Hieran erkennt man, dass zur Erzielung eines größtmöglichen Abstands der Lösungen der Bruch $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ größtmöglich werden muss, denn der Abstand der Lösungen beträgt $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$.

Dieser wird maximal, indem a möglichst klein und b sowie c möglichst groß gewählt werden. Zudem sollten a und c verschiedene Vorzeichen haben.

Beispielsweise erhält man für $a = 1$, $b = 9$ und $c = -9$ die Lösungen $x_1 = \frac{-9+3\sqrt{13}}{2} \approx 0,91$ und $x_2 = \frac{-9-3\sqrt{13}}{2} \approx -9,91$ und somit $x_1 - x_2 = \frac{3\sqrt{13}}{2} \approx 10,82$.

Hierbei kann bei unveränderter Differenz $x_1 - x_2$ auch $b = -9$ gewählt werden. Um die Bedingungen der Aufgabe zu erfüllen, müsste man daher die Gleichung $1x^2 - 9x = 9$ wählen.

Die Schülerinnen und Schüler müssen sich dem Problem aber nicht zwingend über eine allgemeine Analyse der Lösungsformel nähern. Geeignete Starthilfen und Strategien sind auch die gezielte Vereinfachung des Problems:

- Einsetzen der Zahl 0 im Absolutglied
→ Lösen mithilfe von Faktorisierung und Satz vom Nullprodukt möglich
→ Für welche Belegung der Boxen wird hier der maximale Abstand der Lösungen erreicht?
- Einsetzen der Zahl 0 vor dem linearen Term
→ Man erhält eine reinquadratische Gleichung, welche durch Wurzelziehen gelöst werden kann.
- graphischer Ansatz, z.B. über die Scheitelform
→ Der größtmögliche Abstand der Nullstellen wird z.B. bei nach oben geöffneter Parabel erreicht, wenn der positive Streckfaktor möglichst klein und die Parabel möglichst weit nach unten verschoben ist

MÖGLICHE HILFEKARTEN

Den Schülerinnen und Schülern können passende Strategiekarten zur Verfügung gestellt werden.

Untersuche den maximalen Abstand der Lösungen der Gleichungen vom Typ

$$\boxed{\quad} x^2 + 0x = \boxed{\quad}$$

Mit welchem Verfahren kannst du hier schnell die Lösungen ermitteln?

Untersuche den maximalen Abstand der Lösungen der Gleichungen vom Typ

$$\boxed{}x^2 + \boxed{}x = 0$$

Mit welchem Verfahren kannst du hier schnell die Lösungen ermitteln?

Betrachte das Problem graphisch. Die Lösungen der Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ entsprechen den Nullstellen der quadratischen Funktion $y = ax^2 + bx + c$.

Untersuche anhand der Scheitelform $y = a \cdot (x - d)^2 + e$, wann bei einer Parabel mit den in der Aufgabe vorgegebenen Koeffizienten die Nullstellen den größtmöglichen Abstand haben. Wie muss z.B. bei einer nach oben geöffneten Parabel der Streckfaktor gewählt werden?

Wie kann die Lösung des Ansatzes über die Scheitelform der Parabel dann in eine Lösung des gegebenen Problems (allgemeine Form der Parabel) übertragen werden?

Könntest du durch den Tausch zweier Zahlen noch eine weitere vielversprechende Alternative erhalten, die mit deiner Lösung verglichen werden muss?

Untersuche die Mitternachtsformel $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

- Warum muss $b^2 - 4ac$ möglichst groß sein, damit der Abstand der Nullstellen größtmöglich ist?
- Wie müssen deshalb a , b und c gewählt werden?