



Pythagoras im Dreieck AHC :

$$b^2 = |\overline{AH}|^2 + h_c^2 \quad (*)$$

Pythagoras im Dreieck HBC :

$$a^2 = |\overline{HB}|^2 + h_c^2$$

$$\begin{aligned} a^2 &= (c - |\overline{AH}|)^2 + h_c^2 \\ &= c^2 - 2c \cdot |\overline{AH}| + |\overline{AH}|^2 + h_c^2 \end{aligned}$$

$$h_c^2 = a^2 - c^2 + 2c \cdot |\overline{AH}| - |\overline{AH}|^2$$

h_c^2 eingesetzt in $(*)$:

$$\begin{aligned} b^2 &= |\overline{AH}|^2 + a^2 - c^2 \\ &\quad + 2c \cdot |\overline{AH}| - |\overline{AH}|^2 \end{aligned}$$

$$b^2 = a^2 - c^2 + 2c \cdot |\overline{AH}|$$

Im rechtwinkligen AHC gilt

$$\cos(\alpha) = \frac{|\overline{AH}|}{b}$$

und somit $|\overline{AH}| = b \cdot \cos(\alpha)$.

Eingesetzt ergibt sich

$$b^2 = a^2 - c^2 + 2bc \cdot \cos(\alpha)$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$$