Prozessbezogene Kompetenzen

Bildungsplan 5/6

Unterrichtsbeispiele und Aufgaben

Heike Jacoby-Schäfer

Prozessbezogene Kompetenzen

Material für die ZPG-Fortbildungen

- Förderung der prozessbezogenen Kompetenzen durch Einsatz von geeigneten Beispielen und Aufgaben im Unterricht.
- Zusammenstellung von kurzen, jederzeit einsetzbaren kleineren Aufgaben zu drei verschiedenen Themenbereichen in Kl. 5/6

Prozessbezogene Kompetenzen

Themen

- Bruchrechnung
- Figuren und Körper
- Teilbarkeit

Prozessbezogene Kompetenzen

Prozessbezogene Kompetenzen

- pK1: **Argumentieren und Begründen**
- pK2: **Probleme lösen**
- pK3: **Modellieren**
- pK4: **Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**
- pK5: **Kommunizieren**

wird im Zusammenhang mit den **Leitperspektiven** noch näher eingegangen.

sollen auch entsprechend gefördert werden, passiert oft auch automatisch mit

Prozessbezogene Kompetenzen

pK1 - Argumentieren und Begründen

Bildungsplan:

Die Schülerinnen und Schüler entwickeln Fragestellungen, äußern begründet Vermutungen und entwickeln mathematische Argumentationen.
Das Spektrum umfasst dabei einfache Plausibilitätsargumente, inhaltlich-anschauliche Begründungen und Beweise.
Sie beschreiben und begründen Lösungswege.

Prozessbezogene Kompetenzen

pK1 -Teilkompetenzen

Schülerinnen und Schüler können

Fragen stellen und Vermutungen begründet äußern

1. in mathematischen Zusammenhängen Vermutungen entwickeln und als mathematische Aussage formulieren;
2. eine Vermutung anhand von Beispielen auf ihre Plausibilität prüfen oder anhand eines Gegenbeispiels widerlegen;
3. bei der Entwicklung und Prüfung von Vermutungen Hilfsmittel verwenden (zum Beispiel Taschenrechner, Computerprogramme);

mathematische Denkstrukturen entwickeln

4. in einer mathematischen Aussage zwischen Voraussetzung und Behauptung unterscheiden;
5. eine mathematische Aussage in einer standardisierten Form (zum Beispiel Wenn-Dann) formulieren;
6. zu einem Satz die Umkehrung bilden
7. zwischen einem Satz und seinem Kehrsatz unterscheiden und den Unterschied an Beispielen erklären;

Prozessbezogene Kompetenzen

pK1 -Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler können …

Mathematische Argumentationen (wie Erläuterungen, Begründungen, Beweise) nachvollziehen und entwickeln

8. mathematische Verfahren und ihre Vorgehensweisen erläutern und begründen
9. beim Erläutern und Begründen unterschiedliche Darstellungsformen verwenden (verbal, zeichnerisch, formalisiert);
10. Beweise nachvollziehen und in logischen Schritten folgerichtig wiedergeben;
11. bei mathematischen Beweisen die Argumentation auf die zugrunde liegende Begründungsbasis zurückführen;
12. Ausgehend von einer Begründungsbasis durch zulässige Schlussfolgerungen eine mehrschrittige Argumentationskette aufbauen;
13. Aussagen auf ihren Wahrheitsgehalt prüfen und Beweise führen;
14. Beziehungen zwischen mathematischen Sätzen aufzeigen;

Prozessbezogene Kompetenzen

Themen | pK1 und pK2 | Matrix

	pK I: **Argumentieren und Beweisen:** • Fragen stellen und Vermutungen begründet äußern • mathematische Denkstrukturen entwickeln • mathematische Argumentationen (wie Erläuterungen, Begründungen, Beweise) nachvollziehen und entwickeln	pK II: **Problemlösen:** • Probleme analysieren • Strategien zum Problemlösen auswählen, anwenden und daraus einen Plan zur Lösung entwickeln • die Lösung überprüfen und den Lösungsprozess reflektieren
Teilbarkeit	☑	☑
Bruchrechnung	☑	☑
Figurenlehre	☑	☑

Beispiel 1

„Argumentieren und Begründen“ am Beispiel der Bruchrechnung

Bei der Einführung in die Bruchrechnung steht der Aufbau einer Grundvorstellung, die mit den Brüchen, sowie ihren Operationen verbunden sind, klar im Vordergrund. Auch beim „Rechnen mit Brüchen“ wird auf dieses ganzheitlich angelegte Bruchverständnis zurückgegriffen. Dass durch den Umgang mit der formalen Bedeutung der Bruchschreibweise, ebenso wie bei der Ausführung der Grundrechenarten mit Brüchen die prozessbezogene Kompetenz pK4 *„Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen“* durch notwendige und sinnvolle Übungen automatisch gefördert wird, steht außer Frage und liegt in der Natur der Sache.
Erstreckt sich das Unterrichten der Bruchrechnung nicht nur auf das Beibringen von formalen Algorithmen, sondern behält man die verständnisorientierte Beschäftigung mit den Brüchen als tragfähige Grundlage im Auge, wird klar, das in der Klasse 5/6 auch das „Argumentieren und Begründen“ (pK1) angemessen gefördert werden kann.

Dabei spielen selbstverständlich nicht alle Aspekte eine Rolle, die als Teilkompetenzen der Argumentationskompetenz aufgelistet sind. Beispielsweise kann man zu diesem Zeitpunkt und in diesem Kontext noch keine „mathematischen Denkstrukturen entwickeln“, d.h.

- in einer mathematischen Aussage zwischen Voraussetzung und Behauptung unterscheiden,
- eine mathematische Aussage in einer standardisierten Form (zum Beispiel Wenn-Dann) formulieren,
- zwischen einem Satz und seinem Kehrsatz unterscheiden und den Unterschied an Beispielen erklären.

Fokussieren kann man aber folgende Teilkompetenzen:

Fragen stellen und Vermutungen begründet äußern

- in mathematischen Zusammenhängen Vermutungen entwickeln und als mathematische Aussage formulieren;
- eine Vermutung anhand von Beispielen auf ihre Plausibilität prüfen oder anhand eines Gegenbeispiels widerlegen;
- bei der Entwicklung und Prüfung von Vermutungen den Taschenrechner verwenden;

Mathematische Argumentationen (wie Erläuterungen, Begründungen, Beweise) nachvollziehen und entwickeln

- mehrschrittige Argumentationsketten aufbauen;
- Lösungswege beschreiben und begründen;

2015/16 Argumentieren und Begründen in der Bruchrechnung

Beispiele von Unterrichtsfragen bzw. -aufgaben, mit denen die prozessbezogene Kompetenz „Argumentieren und Begründen“ in der Bruchrechnung geschult werden kann:

1 Wie kann das sein?
Multipliziert man zwei natürliche Zahlen (nicht 0 oder 1), dann ist das Produkt stets größer als jeder Faktor. Ist aber einer der Faktoren eine positive Bruchzahl, so kann das Produkt kleiner als einer der Faktoren sein.

a) Suche je ein passendes Beispiel

b) Betrachte nun das konkrete Beispiel: $\frac{3}{4} \cdot 20$.
Begründe mit einem passenden Beispiel aus dem Alltag, dass das Produkt kleiner als 20 ist.

c) Finde eine Aufgabe, so dass das Produkt kleiner als jeder einzelne Faktor ist.

2 Berechne $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$, dann $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$. Was stellst du fest, wenn du so das Produkt weiterführst (also als nächstes $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5}$) usw. Setze fort und berechne. Begründe das Ergebnis.

3 Nimm begründet Stellung zu folgender Aussage: „Das Produkt zweier positiver Zahlen, deren Summe kleiner als 1 ist, ist ebenfalls kleiner als 1“

4 Der Radiomoderator sagt: „VFL Gummersbach hat heute gegen THW Kiel 20 zu 30 verloren. Kiel hat also zwei Drittel aller Tore geworfen“.
Beschreibe, welchen Fehler der Radioreporter gemacht hat und verbessere die Aussage.

5 Wahr oder falsch: Begründe deine Antwort
„Wenn zwei Brüche den gleichen Zähler haben, dann ist derjenige der kleinere Bruch der den größeren Nenner hat“

6 Ordne die Brüche der Größe nach: $\frac{1}{3}; \frac{3}{4}; \frac{1}{2}; \frac{5}{8}; \frac{3}{4}; \frac{1}{3}; \frac{2}{7}; \frac{1}{4}; \frac{2}{3}; \frac{7}{10}; \frac{1}{9}; \frac{5}{6}$ und begründe deine Anordnung.

Prozessbezogene Kompetenzen

pK2 - Probleme lösen

Bildungsplan:

Die Schülerinnen und Schüler analysieren Probleme und bearbeiten sie planvoll und systematisch.

Sie wählen geeignete Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zur Problemlösung aus und wenden diese an. Sie überprüfen Lösungen und reflektieren Lösungsideen und Lösungswege.

Dabei üben sie Denkmethoden ein, die auch für nichtmathematische Überlegungen von Bedeutung sind.

Prozessbezogene Kompetenzen

pK2 -Teilkompetenzen

Schülerinnen und Schüler können

Probleme analysieren

1. das Problem mit eigenen Worten beschreiben;
2. Informationen aus den gegebenen Texten, Bildern und Diagrammen entnehmen und auf ihre Bedeutung für die Problemlösung bewerten;
3. durch Verwendung verschiedener Darstellungen (informative Figur, verbale Beschreibung, Tabelle, Graph, symbolische Darstellung, Koordinaten) das Problem durchdringen oder umformulieren;
4. Hilfsmittel und Informationsquellen (zum Beispiel Formelsammlung, Taschenrechner, Computerprogramme, Internet) nutzen;

Strategien zum Problemlösen auswählen, anwenden und daraus einen Plan zur Lösung entwickeln

5. durch Untersuchung von Beispielen und systematisches Probieren zu Vermutungen kommen und diese auf Plausibilität überprüfen;
6. das Problem durch Zerlegen in Teilprobleme oder das Einführen von Hilfsgrößen oder Hilfslinien vereinfachen;

Prozessbezogene Kompetenzen

Bildungsplan | pK1 und pK2 | Teilkompetenzen

pK2 -Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler können

7. mit formalen Rechenstrategien (unter anderem Äquivalenzumformung von Gleichungen und Prinzip der Substitution) Probleme auf algebraischer Ebene untersuchen;
8. Das Aufdecken von Regelmäßigkeiten oder mathematischen Mustern für die Problemlösung nutzen
9. durch Vorwärts- oder Rückwärtsarbeiten Lösungsschritte finden;
10. Sonderfälle oder Verallgemeinerungen untersuchen;
11. das Problem auf Bekanntes zurückführen oder Analogien herstellen;
12. Zusammenhänge zwischen unterschiedlichen Teilgebieten der Mathematik herstellen und zum Lösen nutzen;

die Lösung überprüfen und den Lösungsprozess reflektieren

13. Ergebnisse, auch Zwischenergebnisse, auf Plausibilität oder an Beispielen prüfen;
14. kritisch prüfen, inwieweit eine Problemlösung erreicht wurde;
15. Fehler analysieren und konstruktiv nutzen;
16. Lösungswege vergleichen.

Prozessbezogene Kompetenzen

	pK I: **Argumentieren und Beweisen:** • Fragen stellen und Vermutungen begründet äußern • mathematische Denkstrukturen entwickeln • mathematische Argumentationen (wie Erläuterungen, Begründungen, Beweise) nachvollziehen und entwickeln	pK II: **Problemlösen:** • Probleme analysieren • Strategien zum Problemlösen auswählen, anwenden und daraus einen Plan zur Lösung entwickeln • die Lösung überprüfen und den Lösungsprozess reflektieren
Teilbarkeit	☑	☑
Bruchrechnung	☑	☑
Figurenlehre	☑	☑

Beispiel 2

„Probleme lösen“ am Beispiel Figuren

Der Geometrieunterricht ist traditionell als ein wichtiges Übungsfeld für das Problemlösen. Dabei ist ein Ziel ist, bei den Schülerinnen und Schülern die Freude am Problemlösen zu wecken und ihre Fähigkeit zum Lösen geometrischer Probleme zu fördern, durchaus in der berechtigten Hoffnung, dass sich damit auch ein positiver Transfer auf andere mathematische Bereiche einstellt.
In der Unterstufe befinden sich Schülerinnen und Schüler nach Piaget’s Entwicklungsmodell in der Phase der konkreten Operationen, so dass nicht alle Aspekte der Problemlöse-kompetenz eine Rolle spielen.
Hier einige Beispiele von Teilkompetenzen, die man zu diesem Zeitpunkt und im Kontext der Figurenlehre fördern kann

- Informationen aus den gegebenen Texten, Bildern und Diagrammen entnehmen und auf ihre Bedeutung für die Problemlösung bewerten; (Textaufgaben)
- durch Verwendung verschiedener Darstellungen (informative Figur, verbale Beschreibung, Tabelle, Graph, symbolische Darstellung, Koordinaten) das Problem durchdringen
- durch Untersuchung von Beispielen und systematisches Probieren zu Vermutungen kommen
- das Problem auf Bekanntes zurückführen oder Analogien herstellen
- Zusammenhänge zwischen unterschiedlichen Teilgebieten der Mathematik herstellen und zum Lösen nutzen
- durch Vorwärts- oder Rückwärtsarbeiten Lösungsschritte finden

Alle genannten Aspekte finden sich in drei Teilkompetenzen des Problemlösens wieder:

- Probleme analysieren,
- Strategien zum Problemlösen auswählen, anwenden und daraus einen Plan zur Lösung entwickeln,
- Die Lösung überprüfen und den Lösungsprozess reflektieren

Beispiele von Unterrichtsfragen bzw. -aufgaben, mit denen die prozessbezogene Kompetenz „Probleme lösen“ in der Geometrie geschult werden kann:

1 Zerschneide die obere Figur mit einem Schnitt so, dass daraus die untere Figur zusammengesetzt werden kann.

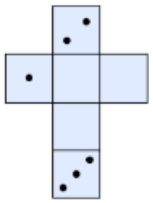
2 Aus Streichhölzern sollen Quadrate gelegt werden. Wie viele Streichhölzer werden für 10 Quadrate benötigt?

3 Aus 5 Quadraten (16 Streichhölzer) sollen durch das Umlegen von 3 Streichhölzern 4 Quadrate gebildet werden

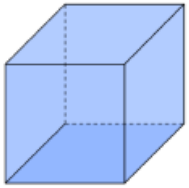
4 Aus drei gleichseitigen Dreiecken (9 Streichhölzer) sollen durch Umlegen von 2 Streichhölzern vier gleichseitige Dreiecke entstehen.

5 Zerlege die nebenstehende Figur in 4 deckungsgleiche Flächen.

6 Wenn du das nebenstehende Netz ausschneidest kannst du es zu einem Würfel zusammenfalten.
Vervollständige nebenstehendes Würfelnetz, so dass die Summe der gegenüberliegenden Flächen immer 7 ergibt.
Finde möglichst viele verschiedene Würfelnetze.



7 Nebenstehender angemalter Würfel wird mit drei geraden Schnitten in 8 gleichgroße Würfel zerteilt.
Wie viele Flächen der kleinen Würfel sind unbemalt?



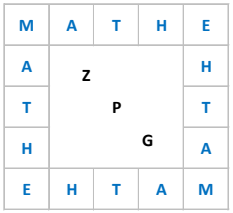
8 Unterteile ein beliebiges Quadrat in 6 kleinere Quadrate, ohne dass etwas übrig bleibt

Prozessbezogene Kompetenzen

Material - Dateien

- 6 Pdf-Dateien einzeln
  (3 Themen – je pK1 und pK2)
- Eine verlinkte Pdf-Datei mit den sechs Dateien
- Auch als Worddokumente

Prozessbezogene Kompetenzen



Arbeitsauftrag | pK1 und pK2 | Aufgaben

Arbeitsauftrag

Formulieren Sie
unter Einbezug der ausgelegten Schulbücher
kleine Aufgaben, die Teilkompetenzen derjenigen
prozessbezogenen Kompetenz fördern,
die Ihrer Gruppe zugewiesen sind.
Bleiben Sie dabei (wenn möglich) im vorgegebenen
Themengebiet.