

Deutsch

Englisch

Französisch

**Mathematik**

Physik

Spanisch



# 1. Leitgedanken zum Kompetenzerwerb (Ergänzung)

## 1.4 Basisfach und Leistungsfach in der Oberstufe

In der gymnasialen Kursstufe können die Schülerinnen und Schüler das Fach Mathematik als Basisfach oder als Leistungsfach belegen. Basisfach und Leistungsfach haben die gemeinsame Aufgabe der wissenschaftspropädeutischen Bildung, der Vermittlung fachspezifischer Inhalte und deren Strukturierung. Dabei kommt der Anwendung dieser Inhalte auf Erscheinungen beispielsweise aus Natur oder Gesellschaft eine besondere Bedeutung zu.

Das Leistungsfach geht quantitativ wie qualitativ über die Anforderungen des Basisfaches hinaus. So wird einerseits im Leistungsfach ein größerer Umfang an mathematischen Themen und Inhalten behandelt, aber andererseits auch ein erhöhter Komplexitäts-, Vertiefungs-, Präzisierungs- und Formalisierungsgrad erreicht. Der Unterricht im Leistungsfach fördert durch verstärktes wissenschaftspropädeutisches Vorgehen ein vertieftes Verständnis mathematischer Begriffe und Zusammenhänge und deren Verwendung für Argumentationen.







Im Basisfach erwerben und erweitern die Schülerinnen und Schüler Kompetenzen, die ihnen das Erkennen und Erläutern mathematischer Zusammenhänge und verständiges mathematisches Handeln ermöglichen. Die Inhalte werden dazu im Unterricht stärker vorstrukturiert und Argumentationen erfolgen häufig anschaulich oder durch heuristische Betrachtungen. Der Unterricht im Basisfach fördert durch verstärktes realitätsbezogenes Vorgehen die Einsicht, dass Mathematik auch ein geeignetes Mittel zur Bearbeitung von Fragestellungen außerhalb der Mathematik ist.

### 3. Standards für inhaltsbezogene Kompetenzen (Ergänzung)

#### 3.5 Klassen 11/12 (Basisfach Gymnasium) Klassen 12/13 (Basisfach Gemeinschaftsschule)

##### 3.5.1 Leitidee Zahl – Variable – Operation

Die Schülerinnen und Schüler lernen das Gaußverfahren kennen und verwenden. Dabei liegt der Schwerpunkt auf der Lösungsstrategie und nicht auf aufwändigen Berechnungen, vielmehr setzen sie hier auch geeignete Software ein. Komplexere Ableitungsregeln sowie grundlegende Integrationsregeln werden angewendet, das Operieren mit Tupeln wird auf Produkte erweitert.

Die Schülerinnen und Schüler können	
Den natürlichen Logarithmus nutzen	
(1) den <i>natürlichen Logarithmus</i> einer Zahl als Lösung einer <i>Exponentialgleichung</i> verwenden	
	3.3.1 Leitidee Zahl – Variable – Operation (7)
Weitere Ableitungsregeln anwenden	
(2) die <i>Produktregel</i> zum Ableiten von Funktionstermen verwenden	
(3) die <i>Kettenregel</i> zum Ableiten von Funktionstermen verwenden, bei denen die innere <i>Funktion</i> eine <i>lineare Funktion</i> ist	
	3.3.1 Leitidee Zahl – Variable – Operation (13)
Integrationsregeln verwenden und Integrale berechnen	
(4) die <i>Potenzregel</i> , die <i>Regel für konstanten Faktor</i> , die <i>Summenregel</i> sowie das Verfahren der <i>linearen Substitution</i> für die Bestimmung einer <i>Stammfunktion</i> verwenden	
(5) Stammfunktionsterme zu den <i>Funktionstermen</i> $\sin(x)$ , $\cos(x)$ , $e^x$ angeben	
(6) den <i>Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung</i> zur Berechnung von <i>bestimmten Integralen</i> nutzen	
	3.5.2 Leitidee Messen (6), (7)
	3.5.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang (8), (9), (10), (11)
Produkte von Vektoren bilden	
(7) das <i>Skalarprodukt</i> berechnen und bei Berechnungen nutzen	
(8) das <i>Vektorprodukt</i> berechnen und bei Berechnungen nutzen	
	3.5.2 Leitidee Messen (1), (2), (3), (5)
	3.5.3 Leitidee Raum und Form (1), (2)

Die Schülerinnen und Schüler können	
Lineare Gleichungssysteme untersuchen	
(9) das <i>Gaußverfahren</i> , auch in Matrixschreibweise, auf <i>lineare Gleichungssysteme</i> ohne Parameter bis zur Stufenform anwenden	
(10) die Lösungsvielfalt <i>linearer Gleichungssysteme</i> ohne Parameter angeben und im Falle eindeutiger Lösbarkeit deren Lösung bestimmen	
<b>P</b> 2.4	Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen 5, 8

### 3.5.2 Leitidee Messen

Die Schülerinnen und Schüler berechnen mit den Methoden der analytischen Geometrie Abstände und Winkelweiten zwischen geometrischen Objekten in der Ebene und im Raum. Sie nutzen hierfür das Skalar- oder Vektorprodukt zweier Vektoren und ermitteln auch Flächen- und Rauminhalte. Sie lernen die Integralrechnung als wichtiges Hilfsmittel zur Flächenberechnung kennen.

Die Schülerinnen und Schüler können	
Winkelweiten, Abstände und Flächeninhalte in kartesischen Koordinatensystemen berechnen	
(1) die <i>Orthogonalität</i> zweier <i>Vektoren</i> mithilfe des <i>Skalarprodukts</i> überprüfen	
(2) <i>Winkelweiten</i> mithilfe des <i>Skalarprodukts</i> bestimmen	
(3) <i>Schnittwinkel</i> zwischen geometrischen Objekten ( <i>Geraden</i> und <i>Ebenen</i> ) bestimmen	
<b>P</b> 2.4	Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen 4, 5, 6
<b>I</b> 3.5.1	Leitidee Zahl – Variable – Operation (7)
<b>I</b> 3.5.3	Leitidee Raum und Form (6), (7)
(4) <i>Abstände</i> zwischen den geometrischen Objekten <i>Punkt</i> und <i>Ebene</i> ermitteln	
<b>P</b> 2.4	Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen 4, 5, 6
<b>I</b> 3.5.3	Leitidee Raum und Form (8)
(5) das <i>Vektorprodukt</i> zum Ermitteln von <i>Flächeninhalten</i> anwenden	
<b>P</b> 2.4	Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen 4, 5, 6
<b>I</b> 3.5.1	Leitidee Zahl – Variable – Operation (8)
Das Integral nutzen	
(6) das <i>bestimmte Integral</i> mithilfe eines Grenzprozesses anschaulich beschreiben und geometrisch deuten	
<b>I</b> 3.3.2	Leitidee Messen (1)
<b>I</b> 3.5.1	Leitidee Zahl – Variable – Operation (6)
(7) <i>Flächeninhalte</i> zwischen <i>Graph</i> und <i>x-Achse</i> und zwischen zwei <i>Graphen</i> bestimmen	
<b>P</b> 2.2	Probleme lösen 3, 6
<b>P</b> 2.4	Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen 1, 4, 5, 7

### 3.5.3 Leitidee Raum und Form

Die Schülerinnen und Schüler entwickeln ihr räumliches Vorstellungsvermögen weiter. Sie koordinatisieren geometrische Sachverhalte und verwenden vektorielle Darstellungen zur Beschreibung von Objekten in Ebene und Raum. Sie nutzen den Vektorkalkül zur Bearbeitung geometrischer Fragestellungen.

Die Schülerinnen und Schüler können	
Produkte von Vektoren geometrisch nutzen	
(1) das <i>Skalarprodukt</i> und das <i>Vektorprodukt</i> geometrisch deuten	
(2) einen gemeinsamen <i>orthogonalen Vektor</i> zu zwei <i>Vektoren</i> bestimmen	
-----	
<b>P</b> 2.4	Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen 1, 2
Vektorielle Darstellungen zur Beschreibung des Anschauungsraumes verwenden	
(3) <i>Ebenen</i> mithilfe von <i>Spurpunkten</i> und <i>Spurgeraden</i> im <i>Schrägbild</i> eines <i>Koordinatensystems</i> veranschaulichen	
(4) <i>Ebenen</i> mithilfe einer <i>Parameterdarstellung</i> und einer <i>Koordinatengleichung</i> analytisch beschreiben	
(5) eine <i>Parameterdarstellung</i> einer <i>Ebene</i> in eine <i>Koordinatengleichung</i> umrechnen	
(6) die Lagebeziehung zwischen einer <i>Geraden</i> und einer <i>Ebene</i> untersuchen und gegebenenfalls deren <i>Schnittpunkt</i> rechnerisch bestimmen	
(7) die Lagebeziehung zwischen zwei <i>Ebenen</i> erkennen und begründen	
(8) Problemstellungen, wie zum Beispiel <i>Spiegelung</i> eines <i>Punktes</i> an einer <i>Ebene</i> sowie Flächeninhalts- und Volumenberechnungen bearbeiten	
-----	
<b>P</b> 2.2	Probleme lösen 1, 2, 3
<b>P</b> 2.3	Modellieren 1, 3, 4, 7
<b>P</b> 2.4	Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen 1, 2, 3, 4, 5, 8

### 3.5.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang

Die Schülerinnen und Schüler lernen neben der natürlichen Exponentialfunktion weitere Funktionen kennen, die sich aus einfachen Verknüpfungen oder Verkettungen ergeben. Sie untersuchen Funktionen und ihre Graphen auf charakteristische Eigenschaften (unter anderem Monotonie, Extrempunkte, Krümmungsverhalten, Wendepunkte, waagrechte Asymptoten) auch mithilfe von höheren Ableitungen.


Die Schülerinnen und Schüler ziehen Rückschlüsse von der Änderungsrate auf den Bestand und nutzen das Integral für Flächeninhaltsberechnungen.

Diese Kenntnisse werden zur Modellierung außermathematischer Sachverhalte und zur Funktionsbestimmung verwendet. Dabei werden die händischen Fertigkeiten der Schülerinnen und Schüler durch den Einsatz digitaler Werkzeuge ergänzt.

Die Schülerinnen und Schüler können	
Mit der natürlichen Exponentialfunktion umgehen	
(1) die besondere Bedeutung der <i>Basis e</i> bei <i>Exponentialfunktionen</i> beschreiben	
(2) charakteristische Eigenschaften der <i>Funktion f</i> mit $f(x) = e^x$ beschreiben und deren <i>Graph</i> mit dessen waagrechter <i>Asymptote</i> skizzieren	
(3) die <i>Ableitungsfunktion</i> und eine <i>Stammfunktion</i> der <i>Funktion f</i> mit $f(x) = e^x$ angeben	
Mit zusammengesetzten Funktionen umgehen	
(4) <i>Verkettungen</i> von <i>Funktionen</i> erkennen, falls die innere <i>Funktion</i> eine <i>lineare Funktion</i> ist	
(5) <i>Graphen</i> von zusammengesetzten <i>Funktionen</i> ( <i>Summe</i> , <i>Produkt</i> , <i>Verkettung</i> mit <i>linearer innerer Funktion</i> ) untersuchen	
<b>I</b> 3.5.1 Leitidee Zahl – Variable – Operation (2), (3)	
Differentialrechnung anwenden	
(6) Extremwerte auch in außermathematischen Sachzusammenhängen bestimmen	
(7) einen Funktionsterm ermitteln, falls dieser durch die Eigenschaften eines <i>Graphen</i> eindeutig festgelegt ist	
<b>P</b> 2.3 Modellieren 7	
Die Grundidee der Integralrechnung verstehen und mit Integralen umgehen	
(8) den Wert des <i>bestimmten Integrals</i> als <i>orientierten Flächeninhalt</i> und als Bestandsveränderung deuten	
(9) <i>Funktionen</i> aus ihren <i>Änderungsraten</i> rekonstruieren	
(10) den Bestand aus <i>Anfangsbestand</i> und <i>Änderungsraten</i> bestimmen	
<b>I</b> 3.5.2 Leitidee Messen (6)	
(11) den <i>Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung</i> anwenden	
(12) vom <i>Graphen</i> der <i>Funktion</i> auf den <i>Graphen</i> einer <i>Stammfunktion</i> schließen und umgekehrt	
(13) die Linearität des <i>Integrals</i> anschaulich begründen und rechenökonomisch nutzen	
<b>P</b> 2.1 Argumentieren und Beweisen 1, 9	

### 3.5.5 Leitidee Daten und Zufall

Die Schülerinnen und Schüler entwickeln ihr Verständnis für die bekannten Verteilungen weiter, insbesondere für die Binomialverteilung. Dabei verwenden sie beispielsweise Baumdiagramme oder Vierfeldertafeln. Sie lernen diskret und stetig verteilte Zufallsgrößen kennen und berechnen die Werte einer normalverteilten Zufallsgröße ohne expliziten Bezug zur Analysis direkt mit einem digitalen Hilfsmittel.

Die Schülerinnen und Schüler können	
Mit Normalverteilungen umgehen	
(1) den Unterschied zwischen <i>diskreten</i> und <i>stetigen Zufallsgrößen</i> am Beispiel <i>binomial-</i> und <i>normalverteilter Zufallsgrößen</i> beschreiben	
(2) den Zusammenhang der Kenngrößen <i>Erwartungswert</i> und <i>Standardabweichung</i> einer <i>Normalverteilung</i> und der zugehörigen <i>Glockenkurve</i> beschreiben	
(3) stochastische Situationen untersuchen, die zu annähernd <i>normalverteilten Zufallsgrößen</i> gehören, und <i>Wahrscheinlichkeiten</i> berechnen	
 2.3	Modellieren 1, 4, 7, 8