Beweisen Sie:

**Beweise – mit und ohne Vektoren**

Die Seitenmitten eines Vierecks ABCD bilden die Eckpunkte eines Parallelogramms (Satz von Varignon).

**Lösung mit Vektoren**

1. Skizze und Einführung von Vektoren und Bezeichnungen:



(2) Voraussetzung:

(3) Behauptung:(4) Beweis:

**Lösung ohne Vektoren**



**Lösungen: Beweise – mit und ohne Vektoren**

**Lösung mit Vektoren**

(1) Skizze und Einführung von Vektoren und Bezeichnungen:

$\vec{a}=\vec{AB}$ $\vec{b}=\vec{BC}$ $\vec{c}=\vec{CD}$ $\vec{d}=\vec{DA}$

(2) Voraussetzung:

 $\vec{AM\_{1}}=\frac{1}{2}⋅\vec{a}$ $\vec{BM\_{2}}=\frac{1}{2}⋅\vec{b}$ $\vec{CM\_{3}}=\frac{1}{2}⋅\vec{c}$ $\vec{DM\_{4}}=\frac{1}{2}⋅\vec{d}$

(3) Behauptung:

 $\vec{M\_{1}M\_{2}}=\vec{M\_{4}M\_{3}}$

(4) Beweis:

 $\vec{M\_{1}M\_{2}}=\frac{1}{2} \vec{a}+\frac{1}{2} \vec{b}=\frac{1}{2}⋅\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=\frac{1}{2}⋅\left(-\vec{c}-\vec{d}\right)=-\frac{1}{2} \vec{c}-\frac{1}{2} \vec{d}=\vec{M\_{4}M\_{3}}$

 Demnach ist $M\_{1}M\_{2}M\_{3}M\_{4}$ ein Parallelogramm.



**Lösung ohne Vektoren**

Vor: $M\_{1}$ , $M\_{2}$ , $M\_{3}$ und $M\_{4}$ sind Mittelpunkte der jeweiligen Viereckseiten

Beh: $a∥c$ und $b∥d$

Bew: $a∥e$ (Satz von der Mittelparallelen im Dreieck ABC)

 $c∥e$ (Satz von der Mittelparallelen im Dreieck ACD)

 $⟹$ $a∥c$

Zeige analog: $b∥d$