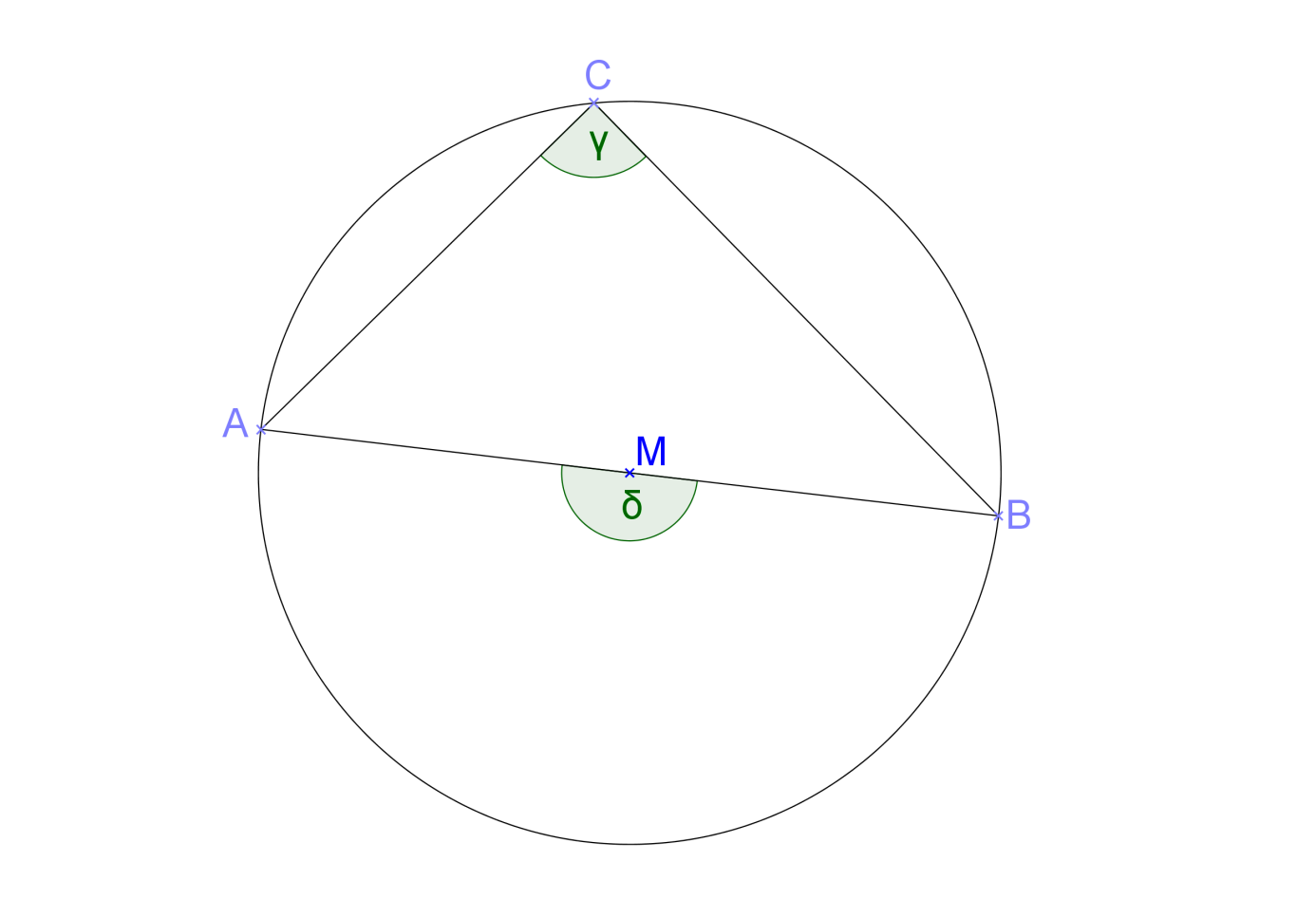
**Vertiefungskurs Mathematik**

**Lösungen: Beweis durch vollständige Fallunterscheidung**

**Satz vom Umfangswinkel**

**Fall 1:** M liegt auf einer Seite des Dreiecks ABC. (o.B.d.A. M liegt auf AB)



Voraussetzung:

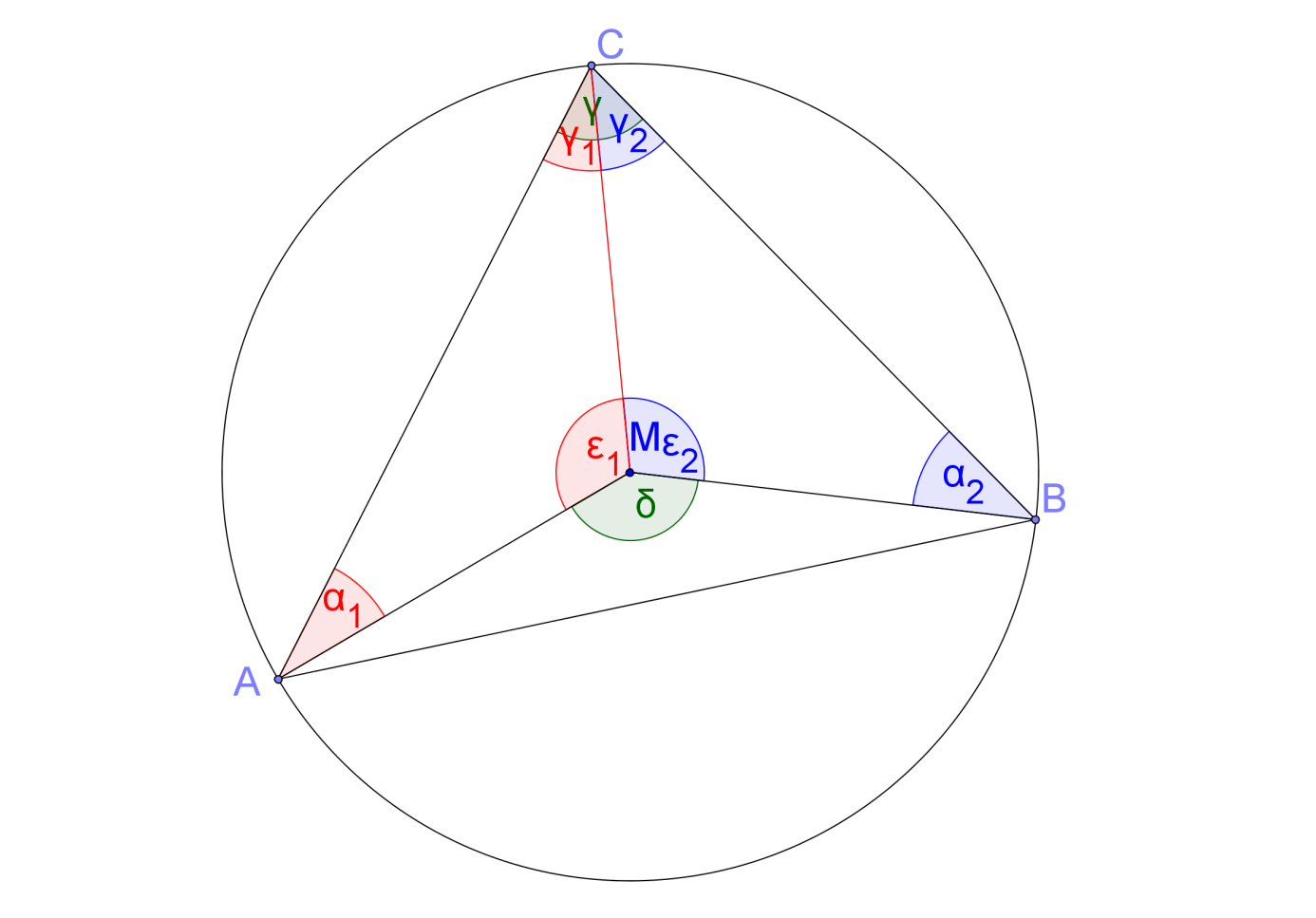
Behauptung:

Beweis:

Mit dem Satz des Thales folgt .

Da δ ein gestreckter Winkel ist, folgt . 🡺 q.e.d.

**Fall 2:** M liegt innerhalb des Dreiecks ABC.



Voraussetzung:

Behauptung:

Beweis:

Wegen ist das Dreieck AMC gleichschenklig und somit gilt .

Wegen ist das Dreieck MBC gleichschenklig und somit gilt .

Winkelsumme im Dreieck AMC 🡺

Winkelsumme im Dreieck MBC 🡺

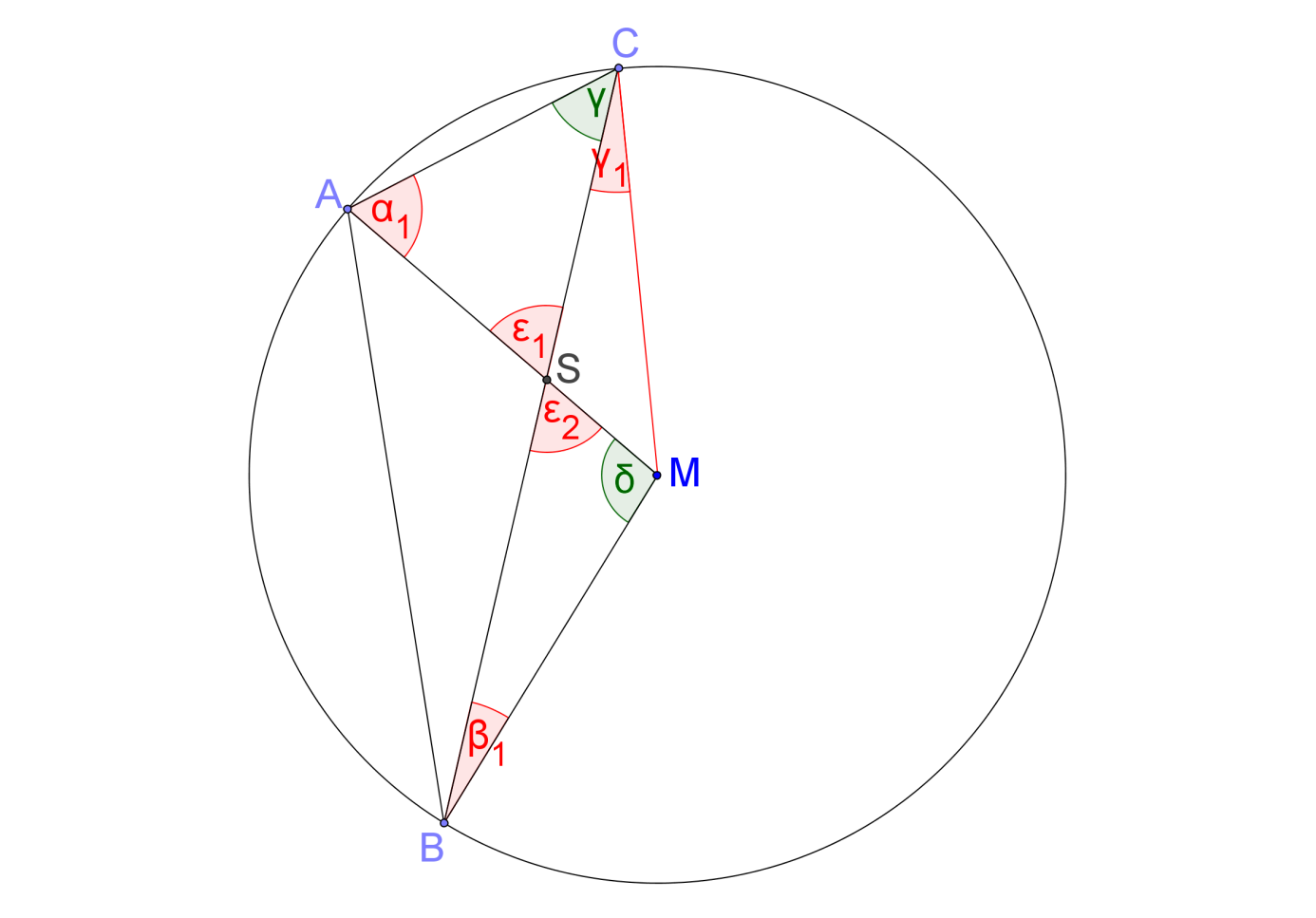
Addiert man die beiden Gleichungen, so folgt:

Mit folgt 🡺 (1)

Zudem gilt (Vollwinkel) 🡺 (2)

Aus (1) und (2) folgt . q.e.d.

**Fall 3:** M liegt außerhalb des Dreiecks ABC.



Voraussetzung:

Behauptung:

Beweis:

Wegen ist das Dreieck BMC gleichschenklig und somit gilt .

Wegen ist das Dreieck MCA gleichschenklig und somit gilt .

Zudem gilt: (Scheitelwinkelsatz)

Winkelsumme im Dreieck BMs 🡺 (1)

Winkelsumme im Dreieck MBC 🡺 (2)

Es gilt: (3)

Löst man (1) nach und (2) nach auf, und setzt in (3) ein, dann folgt:

Wegen folgt 🡺 q.e.d.