**Aufgaben zum Rechnen mit Restklassen**

1. Beim Teilen einer ganzen Zahl durch 5 können die Reste 0; 1; 2; 3 oder 4 auftreten. Somit muss bei sechs Zahlen mindestens ein Rest mindestens zweimal auftreten.

2. Die Elferreste sind: 2; 5; 7; 10 und 1.

3. a) 22 ≡ 1; 24 ≡ 1; 28 = 24∙24 ≡ 1∙1 = 1; 212 = 24 ∙24∙24 ≡ 1∙1∙1 = 1; 2100 = (22)50 ≡ 150 = 1 (mod 3)

 b) 24 ≡ 1; 220 = (24)5 ≡ 15 = 1; 21000 = (220)50 ≡ 150 = 1;

 21001 = 21000∙21 = (2100)10∙2≡ 1∙2 = 2 (mod 5)

 c) 23 ≡ 1; 220 = 218 ∙ 22 = (23)6 ∙ 22 ≡ 16∙22 = 4; 2100 = (220)5 = 45 = 210 = (23)3∙21 ≡ 13∙2 = 2 (mod 7)

 d) 320 = (32)10 ≡ (-1)10 = 1 (mod 5). Damit hat 320 die Endziffer 1 oder 6.

4. 34 = 81≡ 1 (mod 10). Damit ist 32020 = (34)505 ≡ 1505 = 1 (mod 10). Also hat 32020 die Endziffer 1.

5. Quadratzahlen haben modulo 10 die Reste: 0; 1; 4; 5; 6 oder 9.

 Denn: 02 = 0 ≡ 0; 12 = 1 ≡ 1; 22 = 4 ≡ 4; 32 = 9 ≡ 1; 42 = 16 ≡ 6; 52 = 25 ≡ 5; 62 = 36 ≡ 6; 72 = 49 ≡ 9;

 82 = 64 ≡ 4; 92 = 81 ≡ 1 (mod 10).

 Für eine beliebige Zahl anan-1 … a2a1a0, wobei die ai die Ziffern der Dezimaldarstellung sind, gilt

 nun: anan-1 … a2a1a0 = an∙10n + an-1∙10n-1­ + … + a2∙102 + a1∙101 +a0∙100 ≡ 0 + 0 + … + 0 + 0 +a0 = a0

 (mod 10). Damit folgt die Behauptung.

 25 036 008 ≡ 8 (mod 10), kann also keine Quadratzahl sein.

6.

a) Mi b) Di c) Do d) Mi e) Sa f) individuelle Lösung

g) Di h) Fr i) Fr j) Sa k) individuelle Lösung