**Geometrische Verteilung – Erarbeitung – Lösungen**

1. individuelle Schätzung
2. , , ,

 kann die folgenden Werte annehmen:
alle natürlichen Zahlen, also 0, 1, 2 …

1. für .
Anmerkung 2: Dann ist für .
2. Nachweis:
	* *Nicht-Negativität*: Für jedes ist ,
	da und damit auch ,
	also auch .
	* *Normiertheit*:
3. p =

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | … |
| P(X = k) | 0,1667 | 0,1389 | 0,1157 | 0,0965 | 0,0804 | 0,0670 | … |



**p =**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | … |
| P(X = k) | 0,5 | 0,25 | 0,125 | 0,0625 | 0,03125 | 0,0156 | … |



**Geometrische Verteilung – Aufgaben – Lösungen**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | … |
| P(X = k) | 0,7 | 0,21 | 0,063 | 0,0189 | 0,00567 | 0,0017 | … |

1. a) Beim beschriebenen Münzwurf handelt es sich um ein Bernoulli-Experiment mit der Trefferwahrscheinlichkeit . Da die Anzahl der Durchführungen bis zum ersten Treffer, zählt ist geometrisch verteilt mit Parameter .

b) . Auf lange Sicht sind im Durchschnitt vier Versuche nötig, um mit zwei Münzen zweimal Zahl zu werfen.

1. a) bedeutet, dass bei den ersten Durchführungen des zugrundeliegenden Bernoulli-Experiments kein Treffer auftritt, d.h. es tritt -mal nacheinander Niete auf. Damit ist .

b) ist das Gegenereignis von , also ist nach Teilaufgabe a .

1. zählt die Anzahl der Würfe bis zur ersten Sechs. Dann ist geometrisch verteilt mit Parameter .
	1. Man muss mindestens 13-mal würfeln, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % mindestens eine Sechs zu werfen.
2. zählt die Anzahl der Züge, bis die rote Kugel gezogen wurde. ist geometrisch verteilt mit Parameter .
	1. . Also wird im Mittel auf lange Sicht fünfmal gezogen, bis die rote Kugel zum ersten Mal gezogen wird.
	2. . Damit ist die Gewinnwahrscheinlichkeit für Benjamin etwas geringer als die für Anna. Da der mögliche Gewinn gleich ist, ist das Spiel nicht fair. Allerdings ist es näherungsweise fair.
	Wenn den Gewinn für Benjamin beschreibt, so ist . Im Mittel verliert Benjamin auf lange Sicht durchschnittlich ca. 2 Cent pro Spiel.
3. Nach der Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit ist
, denn (Wenn man Durchführungen bis zum ersten Treffer hat, dann hat man mehr als Durchführungen bis zum ersten Treffer.)
Mit den zugehörigen Wahrscheinlichkeiten, der Formel aus Aufgabe 3 a) und dem Potenzgesetz ergibt sich .
Interpretation: Wenn bekannt ist, dass man länger als Würfe auf die erste Sechs warten muss, dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass diese nach Würfen kommt, gleich groß wie die, dass ich beim Würfeln Durchführungen auf die erste Sechs warte.
4. a) Anja gewinnt in den Fällen: A, BAA, BABAA, BABABAA, BABABABAA usw.
Die Wahrscheinlichkeit beträgt:
=
nach der Formel für die geometrische Reihe.
b) Beide Spielerinnen besitzen dieselbe Wahrscheinlichkeit, wenn Anjas Gewinnwahrscheinlichkeit beträgt. Die Gleichung führt auf die quadratische Gleichung mit den Lösungen . Da ist, ist nur relevant.