

Name: _____

Klasse: _____

Alle Aufgaben sind ohne Hilfsmittel zu bearbeiten.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1:

Lösen Sie die folgenden Gleichungen und geben Sie für beide die Definitions- und Lösungsmenge an.

a) $x^6 - 3x^4 - 6x^2 = -8$

b) $\sqrt{x-1} - 1 = \frac{12}{\sqrt{x-1}}$

Aufgabe 2:

Berechnen Sie folgende Integrale.

a) $\int_0^1 x \cdot (2x^2 - 1)^2 dx$

b) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x \cdot \sin(x) dx$

Aufgabe 3:

Folgendes Ungleichungssystem ist gegeben:

(1) $y - x \leq 1$

(2) $x - 4 \leq 0$

(3) $2y > 4 - x$

a) Stellen Sie die Lösungsmenge in einem Koordinatensystem grafisch dar.

b) Ist $(1 | 1)$ eine Lösung? Begründen Sie kurz Ihre Antwort.

c) Geben Sie drei Lösungen mit ganzzahligen Werten an.

d) Bestimmen Sie den Flächeninhalt der Fläche, die die Lösungsmenge darstellt.

Aufgabe 4:

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion nach n . Für allen $n \in \mathbb{N}$ mit $n > 0$ gilt:

a) $n^3 - n$ ist durch 3 teilbar

b) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$

c) $f^{(2n)}$ mit $f^{(2n)}(x) = (-1)^n \cdot 2^{2n} \cdot \sin(2x)$ ist die $2n$ -te Ableitung von f mit $f(x) = \sin(2x)$.

Zusatzaufgaben:

Geben Sie ohne weitere Rechnung an: $\sum_{k=1}^{2017} \frac{1}{k(k+1)}$ (1 Punkt)

Begründen Sie, warum in c) nur jede zweite Ableitung betrachtet werden kann. (2 Punkte)